

*Met horten en stoten
naar stoten en botsen*

Stootgedrag nader bekeken

Het is onvermijdelijk dat tijdens de productie en vervoer van producten stootprocessen optreden die hun invloed hebben op het product. Newton heeft over het gedrag tijdens botsingen enkele wetten nagelaten, die echter onbevredigend zijn. Ze bieden geen inzicht in de tijdsduur van de botsing en de krachten die daarbij optreden. Voor Newton maakte dat ook niet zoveel uit daar hij werkte met puntmassa's. Heeft men te maken met reële lichamen dan ontstaat er een probleem.

In het onderhavige artikel bespreekt Flip Doorschot enkele aspecten van botsingen.

We hadden het weer helemaal voor elkaar. Iemand had een nieuw lasproces gevonden, het zogenaamde percussielassen en we hadden een product waarop we het konden toepassen.

Percussielassen is een proces waarbij men draadjes stornp kan lassen tegen plaatjes. Men positioneert het draadje en het plaatje t.o.v. elkaar, schiet dan met een hoge snelheid het draadje naar het plaatje terwijl men er een elektrische spanning tussen aanlegt. Er wordt een vlamboog getrokken en de twee delen lassen aan elkaar. Over het algemeen weten wij wel dat het zo moet werken, de vraag is steeds of de materie dat ook vindt. Daarom hadden we, samen met de elektrische jongens proeven opgezet en... het werkte! De machine was snel getekend en gebouwd, de aantallen waren hoog en dus lieten we de machine (althans op papier) snel

lopen. Bij het aanlopen van de machine ging alles nog goed, maar toen we de snelheid gingen opvoeren ging het mis. Wat bleek, de draadjes waren niet vastgelast terwijl we konden zien dat er wel gelast was. Goede raad was duur, ook toen al, terwijl er toen nog niet van die dure consultants waren. Met een snelle camera konden we zien wat er gebeurde. Als de snelheid te hoog werd trad er kaatsen op tussen het plaatje en het draadje. De las, die wel ontstond, werd weer kapot getrokken.

Wie in z'n kindertijd wel eens met mobiletjes heeft gespeeld herinnert zich misschien nog die vier kogels die aan een draadje hangend net elkaar raken. Trek je b.v. de linkse kogel wat opzij en laat je hem los, dan botst hij tegen de andere drie. Je ziet dan

de rechtse kogel wegvliegen, terwijl de andere drie stil blijven hangen totdat de rechtse kogel weer botst, enzovoort. Dit idee is in de machine ingebouwd en het werkte perfect. Heel even de berekening erachter (zie ook afbeelding 1).

In de figuur is v_1 de snelheid voor de botsing, u_1 de snelheid na de botsing. We laten eerst m_1 botsen met m_2 en daarna m_2 met m_3 . Uit de wetten van Newton vinden we:

$$\text{impuls: } m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\text{energie: } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

Hieruit kunnen we afleiden:

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

Door dit tweemaal toe te passen, eerst op m_1 en m_2 en vervolgens op m_2 en m_3 kunnen we de verschillende snelheden na de botsing vinden waarbij we moeten bedenken dat $v_2 = v_3 = 0$.

We vinden dan:

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

$$u_3 = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} \times \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Merk op dat als $m_1 = m_2 = m_3$ dan worden $u_2 = u_3 = v_1$, zoals te verwachten was.

Als we nu $m_3 u_3 = m_1 v_1$ maken wordt de totale impuls overgedragen naar m_3 .

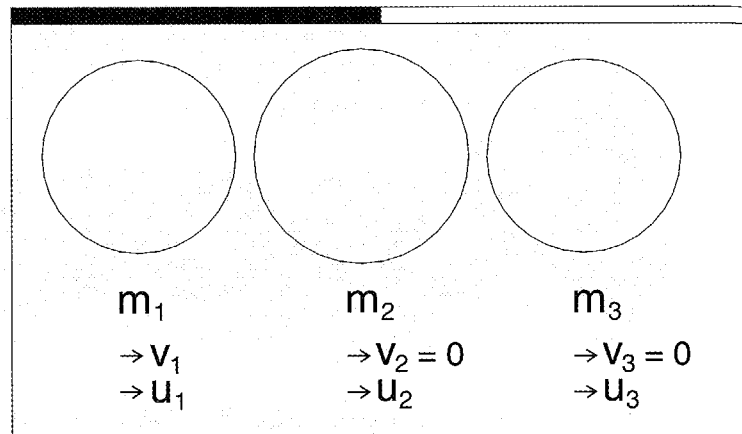
Als we dit uitwerken vinden we:

$$\frac{(m_2 + m_3)(m_1 + m_2)}{m_2 \times m_3} = 4$$

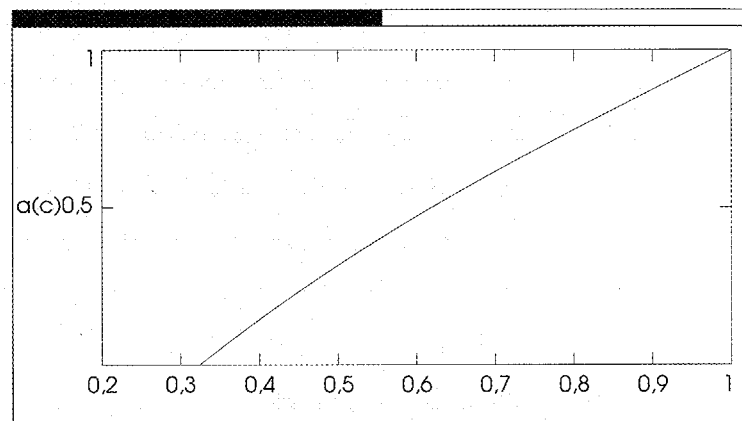
waaruit we de grafiek van afbeelding 2 kunnen afleiden:

$$a(c) = m_1/m_2 \text{ en } c = m_3/m_2$$

$$a(c) = \frac{-1 + 3c}{1 + c}$$



afbeelding 1



afbeelding 2

Newton

Uit de geschiedenisboekjes kunnen we leren dat meneer Newton een bijzonder moeilijk en achterdochtig mens was, hij had met alles en iedereen ruzie. Dat neemt niet weg dat hij ons waardevolle theorieën heeft nagelaten. We zagen in het vorige hoofdstuk er al twee:

- de wet van behoud van arbeid, ook wel de wet van behoud van energie genoemd;
- de wet van behoud van impuls.

Voeg hierbij $k=ma$ en de definitie van de restitutiecoëfficiënt λ bij het botsen en we hebben belangrijke wetten van Newton te pakken

λ is gedefinieert via: $u_1 - u_2 = -\lambda(v_1 - v_2)$

Indien we de gangbare literatuur erop naslaan dan zien we dat er aan de botswetten veel minder aandacht wordt besteed dan aan de anderen en de vraag is of dit terecht is.

Bij de botswetten zit iets onbevredigends. Deze wetten geven niet direct een antwoord op twee belangrijke vragen die men kan stellen:

- Hoe lang duurt een botsing, dus de botstijd?
- Welke krachten treden er bij het botsen op?

Hertz heeft hier wel onderzoek naar gedaan. De gevonden resultaten zijn nogal ingewikkeld, maar wel van groot belang. Ik zal hier nu niet verder op ingaan.

Newton heeft de stoot gedefinieerd als

$$\lim = \int_{t_1}^{t_2} k \cdot dt$$

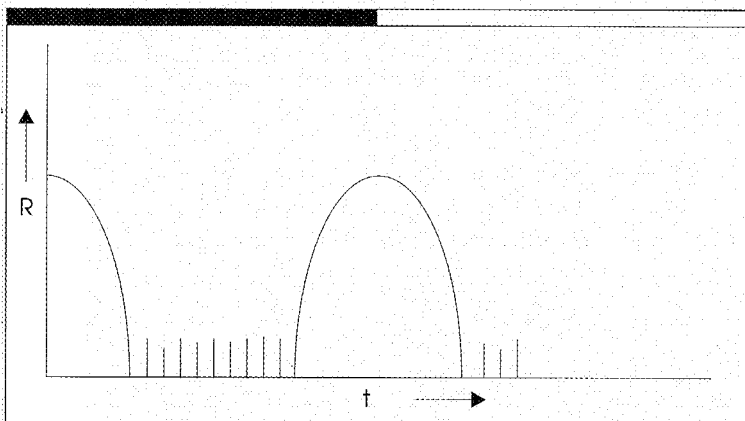
waarbij hij k naar oneindig laat gaan en $(t_1 - t_2)$ naar 0, en dat betekent dat er ook geen inzicht kan ontstaan in de kracht en de tijd. Voor Newton maakt dat ook niet zoveel uit daar hij in principe werkt met puntmassa's. Heb je echter te maken met reële lichamen dan ontstaat er een probleem. Namelijk volgens Newton verandert de snelheid momentaan, dus zonder tijd. Dat betekent dat een botssignaal met de snelheid oneindig (∞) door het lichaam moet gaan en dat mag niet volgens de wetten van Einstein.

Volgens Einstein kan geen enkel signaal sneller gaan dan de snelheid van het licht. (Volgens sommigen kan dit niet juist zijn daar roddels over het algemeen veel sneller lopen).

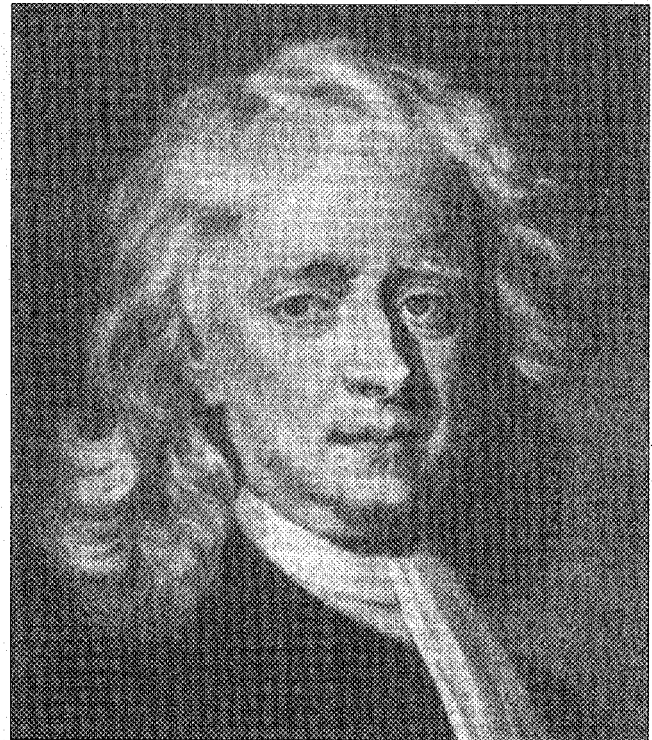
Aan de definitie van de stoot zien we dat er niet zoiets bestaat als de botskracht, de kracht is een functie van de tijd. Als we in de toekomst spreken over de botskracht, dan bedoelen we de maximale kracht die tijdens de botsing optreedt.

Relais

Bij het sluiten van een elektromagnetisch relais treden er kaatsen op. Dit is erg vervelend omdat de elektronica moet wachten tot het kaatsen is gestopt en dat maakt de relais eigenlijk te traag. Maar bovendien slijt het contactoppervlak meer dan nodig is. Afbeelding 3 toont het kaatsen van een relais op een scoop. Hierbij is de elektrische weerstand tussen de twee contactoppervlakken gemeten als functie van de tijd. Als het relais open is is die weerstand heel groot en als hij gesloten is ongeveer 0.



afbeelding 3



Newton

We zien bij $t > 0$ het sluiten van het relais, daarna ontstaat er gras waarna het relais zich weer opent. In de tekening is maar eenmaal het zich weer openen van het relais aangegeven, in werkelijkheid gebeurde dat 23 maal. Dus bij een maal schakelen botsten de twee oppervlakken 23 maal op elkaar. Door met de geometrie te spelen en delen van de constructie uit te voeren als veer en andere als massa (dus met een veel grotere stijfheid) kan men het dynamisch gedrag wezenlijk beïnvloeden.

Bij het testen van de resultaten blijkt dat het aantal keren kaatsen is teruggebracht tot maximaal 3. Maar, heel gek, men doet niet zoveel met het resultaat. Dat gebeurt pas als de kwaliteitsdienst merkt dat de levensduur met ongeveer een factor 7 ($23/3$) is toegenomen! Natuurlijk is dat onzin, de levensduur is even lang, maar er wordt gewoon 7 maal minder geschakeld, dat is veel eerlijker om te zeggen.

Wij willen het onderzoek voortzetten en proberen om de botskracht en de botstijd uit te rekenen. Het gevoel zegt dat het getal 3 net zo toevallig is als het getal 23. De budgetten daarvoor worden niet ter beschikking gesteld en ik denk niet terecht. Waarschijnlijk is, dat het kaatsen, tot nul gereduceerd had kunnen worden.

In de grafiek zien we ook het gras optreden. De elektronici zijn er op dat moment niet zeker van of dat geen ruis van de elektronica is. Nu weten we dat dit de lopende golven zijn die hij een botsing optreden.

John Prescott

In verschillende publicaties kan men lezen over lopende golven, de mooiste is te vinden in het boek 'Applied Elasticity' van John Prescott, een Dover Publication.

Na het botsen (met een snelheid v) tegen bijvoorbeeld een staaf, loopt er een verplaatsingsgolf door het materiaal. Deze golf loopt met een snelheid .

Er zijn nu eenmaal mensen die aan hun probleem gehecht zijn geraakt

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

(Men noemt dat wel de snelheid van het geluid in het gekozen materiaal.)

E = elasticiteitsmodulus in kgf/mm²

ρ = soortelijke massa kg/mm³.

Kijk bij het gebruik van deze formule uit met de dimensies. Voor staal vindt men zo: v=5190 m/sec.

Voor de druk vindt hij: $\rho = \frac{V}{v} E(\text{kgf/mm}^2)$.

Nemen we V = 10 m/sec; v = 5190 m/sec en E=2,1.10⁴ kgf/mm² dan vinden we voor P=40,5 kgf/mm², dus aanzienlijk.

Als deze golf de overkant bereikt wordt hij gereflecteerd. Als hij reflecteert op een vrij oppervlak dan loopt hij terug zonder het teken om te keren, dus een drukgolf blijft een drukgolf en een trek golf blijft een trek golf; is het oppervlak echter niet vrij dan keert de golf terug met het omgekeerde teken, dus druk wordt trek en trek wordt druk.

We zien dat de snelheid van zo'n golf behoorlijk hoog is. Afhankelijk van de botsduur is zo'n golf in staat om gedurende de botsing het materiaal een aantal malen te doorlopen (gras).

Prescott heeft ook gekeken naar wat er gebeurt als de staaf is opgebouwd uit twee delen met een verschillende stijfheid. Stel staaf 1 heeft de massa m₁ en de stijfheid C₁ en staaf 2 heeft massa m₂ en de stijfheid C₂.

In staaf 1 wordt dan gereflecteerd $\frac{C_2 - C_1}{C_1 + C_2}$

en in staaf 2 'loopt' $\frac{2C_1}{C_1 + C_2}$.

Als we deze twee functies optellen dan komt er 1 uit zoals het ook hoort. We zullen niet verder ingaan op deze schitterende theorieën maar kijken of we er straks iets nuttigs mee kunnen doen.

Verpakken

Bij het verpakken van producten speelt het botsen een grote rol. Tijdens het transport treden er stevige botsingen op en de verpakking moet er zorg voor dragen dat de verpakte producten heel blijven. Om inzicht te krijgen in de aard van de botsingen tijdens het transport stuurt men apparatuur mee die de botsingen moet registreren, meestal zijn dat versnellingsopnemers. Uit de geregistreerde versnelling kan men dan de kracht afleiden die het product voelt. Meestal geeft men de zogenaamde G-waarde op, G=a/g, waarbij a de maximale versnelling is en g de versnelling van de zwaartekracht.

Via dit soort proeven is men er achter gekomen welke plekken in het transportcircuit belangrijk zijn. Het blijkt bijvoorbeeld dat het rangeren van treinen en de overgangen tussen de stukken rails erg veel G's opleveren, om een orde van grote te geven: tot 100 G toe.

Inmiddels is ook ontdekt dat het aantal G's dat optreedt niet alles zegt, ook de tijdsduur dat het aantal G's optreedt is belangrijk en hiermee zitten we meteen weer midden in de voorgaande materie.

Door het meten van de zogenaamde Damage Boundery Curve (DBC) probeert men inzicht te krijgen in het gedrag van producten en producten in hun verpakking gedurende de stoten die optreden. Met een zogenaamde schoktafel voert men een puls toe aan het product. Deze puls heeft een welomschreven vorm en de maximale versnelling en de tijdsduur liggen vast. Daarna beoordeelt men of de producten heel zijn gebleven of dat ze onbruikbaar zijn geworden. Daarna herhaalt men de proef met een andere instelling van de machine, enzovoort. Hieruit construeert men dan de DBC. We zullen niet verder ingaan op de DBC. Het is best mogelijk om kritiek te geven op de metingen, maar deze procedure is vele malen beter dan het opgeven van alleen de maximale G-waarde.

Om de producten in te kunnen delen naar de mate waarin ze kwetsbaar zijn heeft men een tabel met de zogenaamde fragiliteitswaarden opgesteld, deze waarden zijn nog altijd gegeven in G-waarden (zie afbeelding 4).

Fragiliteitswaarden	Aantal G's
Extreem fragiel	15 - 25
Zeer fragiel	25 - 40
Fragiel	40 - 60
Minder fragiel	60 - 85
Redelijk robuust	85 - 115
Robuust	115 en meer

Afbeelding 4.

Natuurlijk kan men opmerken dat dit een arbitrair lijstje is, maar kennelijk werkt het voldoende goed.

Om inzicht te krijgen in hetgeen gebeurt bij het construeren van een verpakking lopen we de berekeningsprocedure even door. Hierbij maken we gebruik van gegevens uit een dictaat van professor Anemaat. Overigens is de berekeningsprocedure redelijk gestandaardiseerd.

Men vraagt aan de productconstructeur de fragiliteitswaarde van zijn product (we noemen deze waarde G (zie voren). Verder is belangrijk de valhoogte die kan optreden tijdens het transport, deze waarde noemen we h.

De dikte van de verpakking wordt dan: $d = \frac{Ch}{G}$

Het oppervlak van het product dat in aanraking komt met de verpakking noemt men A:

$$A = \frac{m \cdot g \cdot h}{e \cdot d}$$

De formules die gebruikt worden om deze uitdrukkingen te vinden zijn elementair, we gaan er hier niet op in.

De waarden C en e zijn waarden die opgegeven worden door de toeleveranciers van verpakkingsmateriaal. Afbeelding 5 toont een tabel met een aantal van deze waarden.

Materiaal	soortelijke massa π in kg/m^3	C-waarde	arbeid/volume e in cNcm/cm^3
PS-schuim	30	2,2	2300
PE-schuim	30	3,5	500
PUR (polyether)	30	3,1	125
PUR (polyester)	30	3,3	200
Schuimrubber	200	4,3	350
PS-schuimkorrels	8	4	400

PS polystyreen
PE polyetheen
PUR polyurethaan

Afbeelding 5. C- en e-waarden.

De C en e waarde van PS-schuim zijn afhankelijk van de soortelijke massa.

Als de soortelijke massa afneemt stijgt de C-waarde en daalt de opgenomen arbeid per eenheid van volume.

Passen we de formules toe op een bestaand product dan vinden we als gegeven zijn:

G-waarde = 50
Valhoogte h = 90 cm
Afmetingen product (lxbxh) = 30x20x15 cm
Massa m = 10 kg

We gebruiken PS schuim met:

$\pi = 30 \text{ kg/m}^3$
 $C = 2.2$
 $E = 2300 \text{ cNcm/cm}^3$.

Dit levert op:

$d = 4 \text{ cm}$
 $A = 99 \text{ cm}^2$

$(l+2d) \cdot (b+2d) \cdot (h+2d) = \text{gewicht} = 38 \times 28 \times 23 \text{ cm}$
gewicht = 47 gram

Het mooie van kunststoffen is dat men de C-waarden kan aanpassen. Daarom hoeft men in de formules niet de indrukking mee te nemen, maar men kan rechtstreeks de dikte d van de verpakking berekenen. Men corrigeert dit door achteraf de C-waarde aan te passen door met de soortelijke massa te spelen.

De grote vraag die nu opkomt is of dit wel allemaal juist is. We zien dat men bij de berekening uitgaat van de kracht die ontstaat tengevolge van de vertraging. Maar in het voorgaande hebben we gezien dat de botskracht groter is, dus dit kan niet correct zijn. We zullen een afschatting maken van de mogelijke fout, we kunnen geen nauwkeurige berekening opzetten daar een aantal grootheden met betrekking tot het verpakkingsmateriaal onbekend zijn.

Uit de gegevens over het bestaand product kan men de eindsnelheid berekenen van het vallend product uit:

$$v = \sqrt{2gh} \text{ na invullen levert dat op } 4,24 \text{ m/sec.}$$

We kunnen ook de stijfheid C_1 uitrekenen maar we zullen dat niet doen. We hebben hem niet echt nodig.

Voor polystyreen kan men vinden:

$\rho = 1,05 \text{ kg/dm}^3$ en $E=260 \text{ kgf/mm}^2$, maar hier zit een moeilijkheid daar dit waarden zijn voor niet geschuimd materiaal. Echter men kan redeneren dat de drukgolven moeten lopen langs het materiaal en niet door de lucht in het schuim en dat hebben we nu gedaan. Maar het moet duidelijk zijn dat dit veel beter kan als men over betere kunststofgegevens beschikt.

Met de E en de ρ kunnen we de geluidssnelheid v uitrekenen met:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ en we vinden dan } v = 1570 \text{ m/sec.}$$

Voor de druk in het product hebben we gevonden, na de eerste reflectie:

$$P_2 = \frac{2C_1}{C_1 + C_2} \frac{V}{v} E$$

$$\text{en voor de druk in het schuim } P_2 = \frac{C_2 - C_1}{C_1 + C_2} \frac{V}{v} E$$

We kiezen nu $C_2 = \beta C_1$ en we weten dat $V=4,24 \text{ m/sec}$ en $v= 1570 \text{ m/sec}$.

$$\text{Na invulling vinden we voor } P_1 = 0,70 \frac{\beta - 1}{\beta + 1} \text{ kgf/mm}^2.$$

We kiezen de stijfheid van het product 100x zo hoog als van de verpakking.

Daarmee wordt de drukspanning in de verpakking:

$$\text{Na de stoot: } \sigma_d = 0,70 \text{ kgf/mm}^2.$$

$$\text{Na de eerste reflectie: } \sigma_d = 0,68 \text{ kgf/mm}^2.$$

Uit de vertragingkrachten vinden we:

$$K=ma \quad K = 10 \times 500 = 5000 \text{ kgf en dit drukt op } 9900 \text{ mm}^2, \text{ dus:}$$

$$\sigma_d (= 5000/9900) = 0,50 \text{ kgf/mm}^2.$$

We zien hier dus dat de stoot een hogere spanning veroorzaakt en eigenlijk had de verpakking hierop ontworpen moeten worden, we komen er zo nog op terug.

Wat mijns inziens veel belangrijker is, is dat P_1 ook een waarde krijgt en dat is gewoon weer een stoot. Dus de verpakking haalt wel een deel van de stoot weg, maar niet helemaal.

De meeste studenten zijn nog maar rudimentair op de hoogte van de botswetten

We kunnen ons nu afvragen waarom niet alle producten in de verpakkingen stuk gaan, want men construeert dus eigenlijk te licht. Het antwoord hierop kan ik het best duidelijk maken aan de hand van een praktisch voorbeeld. Een productconstructeur heeft een product waarvan hij weet dat het een fragiliteit heeft van 17 G. Hij geeft echter door naar de verpakkingafdeling dat de fragiliteit maar 14 G bedraagt, want je weet maar nooit. Echter de verpakkingontwerper hanteert terecht een veiligheidsmarge van meestal zo tussen de 10 en 20 procent en soms nog hoger. We zien dus dat er behoorlijk gemajoreerd wordt. We zullen dit niet verder door exerceren, aangezien hier wat toevallige gegevens staan die echter wel uit de praktijk komen.

Een belangrijke zaak die nog aan de orde moet komen is hoe een productconstructeur de G-waarde van zijn ontwerp kent. Als het een herontwerp betreft kan hij wellicht uitgaan van oude bekende gegevens, maar van een nieuw product kan dat natuurlijk niet. Mijns inziens ligt hier terrein braak dat nog ontgonnen moet worden. Met name voor de zeer fragiele producten is dit van groot belang!

$$\begin{aligned}
 & \frac{m_1 - m_2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2} \\
 & A_2 = \frac{m \cdot g \cdot h}{C_2 - C_1} \\
 & \frac{C_2 - C_1}{C_1 + C_2} = e \cdot d \\
 & \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2 \\
 & \rho = \frac{V}{E} \text{ (kgf/mm}^2\text{)} \\
 & \frac{(m_2 \frac{P_2}{m_2} + m_3 \frac{P_3}{m_3})}{V} = \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \frac{V}{E} \\
 & V = \sqrt{\frac{E}{\rho m_1 + m_2}} \cdot \frac{2m_2^2 \cdot 4}{m_3}
 \end{aligned}$$

Besluit

We hebben in de studie een aantal aspecten aan de orde gesteld en laten zien dat het best nuttig kan zijn om wat beter naar het stootgedrag te kijken. In mijn universitaire periode is me opgevallen dat de meeste studenten nog maar rudimentair op de hoogte zijn van de botswetten. Meestal weet men nog wel wat er in het VWO is behandeld, maar daar blijft het bij, helaas.

Bij een recente promotie was een moeilijk botsprobleem aanpak met een FEM-pakket (eindige-elementenmethode). Het was beslist een indrukwekkende studie. Ik had er verder niets mee te maken, maar de promovendus had me gevraagd voor een gesprek en hij had zijn proefschrift toegestuurd. Tijdens het gesprek komen we uiteraard te praten over de wet van behoud van impuls en het blijkt dat daar in de studie geen rekening mee is gehouden. Vrij snel is duidelijk dat de antwoorden hier ook niet aan voldoen. De promovendus promoveert, want, zoals hij terecht opmerkte, dat ziet toch niemand want anders hadden ze me wel gewaarschuwd.

Op een andere plaats waar ik mee van doen heb gehad was ook gerekend met een FEM-pakket aan een botsprobleem. Hierbij blijkt dat men in het pakket geen sprong in de snelheid kan invoeren. Maar om correcte gegevens te krijgen moet dat wel. Men heeft toen maar besloten om een sprong in de kracht in te voeren omdat het pakket dat wel aankant. Het is niet zo moeilijk om dan te laten zien dat men een factor die ligt in de buurt van twee te klein uitkomt met de berekening, en dat blijkt ook met de praktijk te kloppen. Toch gaat deze onzin ook nu nog door. Er zijn nu eenmaal mensen die aan hun probleem gehecht zijn geraakt.

Soms gaat het nog wel redelijk goed, namelijk op het moment dat men van doen heeft met een zuiver elastische botsing. Maar in de berekeningen die ik zag wilde men nu juist de invloed van de demping nagaan.

Een gebied waar we zorgen over kunnen hebben is het beveiligen van auto's. Het is niet uitgesloten dat bij het optimaliseren van de overlevingskans van de inzittende bij een botsing automatisch de overlevingskans van de botsende etegenpartij geminimaliseerd wordt.

Het inzicht met betrekking tot de restitutiecoëfficiënt is nog onbevredigend. Uit proeven blijkt dat er een sterke samenhang is met de massa's die botsen. Rayleigh en Love hebben erop gewezen dat er wellicht een samenhang is met de zogenaamde oppervlaktegolven (Rayleigh-golven). Dit zijn golven die praktisch alleen aan de oppervlakte invloed hebben, in de diepte sterven ze heel snel uit. Het is niet uitgesloten dat ook de flitstemperaturen, bij het lopen van de Rayleigh-golven, een rol zullen spelen, maar dat is pure speculatie. De reden waarom dit genoemd wordt is om duidelijk te maken dat er nog een heel interessant terrein wacht op iemand die het wil ontginnen.