

Over de lijnbreedte en lijnvorm van licht uit een halfgeleiderlaser

M. van Exter, A. Hamel en H. Woerdman
Huygens Laboratorium, Universiteit Leiden, Postbus 9504, 2300 RA Leiden

1 Samenvatting

Er bestaat een fundamentele ondergrens voor de lijnbreedte van een laser. Voor halfgeleider lasers is deze zogenoemde Schawlow-Townes limiet typisch 10-100 MHz. Dit artikel begint met een theoretisch deel, waarin wordt beschreven hoe de fundamentele ondergrens voor de laserlijnbreedte veroorzaakt wordt door spontane emissie [1]. Een uitbreiding van de theorie laat zien dat de lijnbreedte, behalve van het uitgekoppelde vermogen en de kwaliteit van de trilholtte, ook afhangt van de verdeling van de verliezen over de trilholtte.

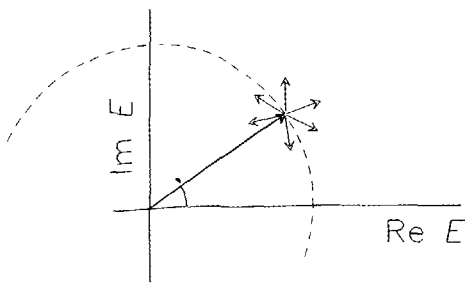
Onze experimenten bestaan uit nauwkeurige metingen van de lijnbreedte en spectrale lijnvorm van licht uit verschillende Al-GaAs halfgeleiderlasers, afkomstig van de groep van G.A. Acket van het Philips Natuurkundig Laboratorium. De metingen zijn uitgevoerd met behulp van optische detectie, waarbij het licht uit de onderzochte laser wordt vergeleken met licht uit een nauwbandige verstembare referentie-laser. Hiervoor gebruikten we een zelfgebouwde "laser met verlengde trilholtte", waarvan de constructie en eigenschappen worden besproken. Door combinatie van lijnbreedte-metingen aan verscheidene halfgeleiderlasers is onlangs voor het eerst experimenteel aangetoond dat de verdeling van de verliezen over de trilholtte inderdaad invloed heeft op de laserlijnbreedte [2].

Het optische spectrum van licht uit een halfgeleiderlaser blijkt links en rechts naast de hoofdpijk twee zwakke zijbanden te bezitten. Deze zijbanden ontstaan door re-

laxatie oscillaties [6, 4] en zijn door ons uitgebreid bestudeerd.

2 De fundamentele laserlijnbreedte

Echt monochromatisch licht bestaat niet in de natuur. Zelfs als de lasertrilholtte ideaal stabiel is, bestaat er een fundamentele ondergrens voor de laserlijnbreedte. Deze zogenoemde Schawlow-Townes limiet wordt veroorzaakt door de storende invloed van spontane emissie op de fase van het optische veld in de trilholtte [6]. Om dit te begrijpen beschouwen we een laser die in één longitudinale en transversale mode werkt. In figuur 1 is de amplitude van het optische veld grafisch weergegeven in het complexe vlak. Als er geen spontane emissie zou zijn, zouden de veldamplitude en fase constant blijven; de verliezen door uitkoppeling aan de spiegels worden gecompenseerd door versterking in het medium. Echter, de fotonen die vrijkomen via spontane emissie hebben, in tegenstelling tot de fotonen die geproduceerd worden door gestimuleerde emissie, geen fase relatie met het al aanwezige optische veld. Zij zullen dit veld verstoren zoals is aangegeven met de bundel pijlen in figuur 1. Verstoringen van de veldamplitude leiden tot veranderingen van de populatie-inversie die de amplitudeverstoringen tegenwerken. Verstoringen van de optische fase worden echter niet gecorrigeerd. De fase diffundeert in de tijd en de vector die het optische veld voorstelt zal een "random walk" uitvoeren over de gestippelde cirkel. Kortom: fasediffusie ten gevolge van spontane emissie geeft



Figuur 1

De optische amplitude van de laser is weergegeven als een pijl in het complexe vlak, met de bijdrage van spontane emissie als een bundel pijlen er omheen. Spontane emissie leidt tot diffusie van de optische fase

aanleiding tot een fundamentele ondergrens van de laserbreedte. Voor een ideale 4-niveau laser wordt de volle breedte op halve hoogte (FWHM) van de laserlijn $\Delta\nu$ gegeven door

$$\Delta\nu = \frac{\Gamma_c}{4\pi n} = \frac{h\nu\Gamma_c^2}{4\pi P_{out}} \quad (1)$$

Γ_c is de verliesfrequentie ("loss rate") van de trilholte, n is het gemiddeld aantal fotonen in de lasermode, $h\nu$ is de energie per foton en P_{out} is het gecombineerde uitgangsvermogen van beide spiegels. De verliesfrequentie is

$$\Gamma_c = - \left\{ v_g / (2L) \right\} \ln(R_1 R_2) \quad (2)$$

v_g is de optische groepsnelheid, L is de lengte van de trilholte en R_1 en R_2 zijn de (intensiteit) reflectiecoëfficiënten van de spiegels.

Formule (1) laat zien dat de laserlijnbreedte omgekeerd evenredig is met het uitgekoppelde vermogen. Voor een 1 mW Helium-Neon laser met een typische lengte van 30 cm en met spiegels die 99% reflecteren is de fundamentele ondergrens voor de laserlijnbreedte 0.01 Hz. Experimenteel kan deze ondergrens vrijwel onmogelijk gehaald worden; de lengte van de trilholte is meestal niet stabiel genoeg. Voor onze AlGaAs halfgeleiderlasers is de fundamentele lijnbreedte bij 1 mW uitgangsvermogen typisch 10-100 MHz. Dit enorme verschil komt door de grotere versterking en transparantere spiegels, maar vooral door de ontzettend kleine afmeting van deze lasers. De gebruikte halfgeleiderlasers zijn slechts 300 μm lang!

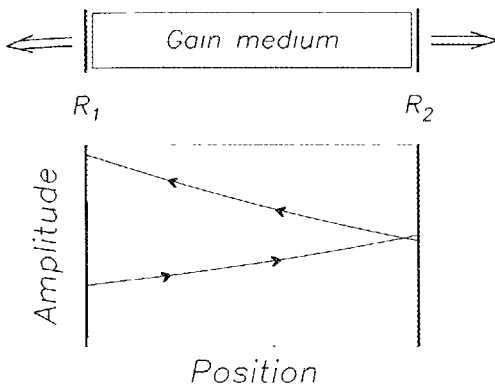
3 Lasers met grote uitkoppeling

Formule (1) geldt enkel wanneer de reflectiecoëfficiënten van de spiegels hoog zijn en men de uitkoppelverliezen uitgesmeerd mag denken over de trilholte. Bij grote uitkoppeling is de intensiteit in de trilholte echter inhomogeen verdeeld en zijn de optische eigenmodes geen nette staande golven meer; er "loopt" meer licht naar de spiegels toe dan er van af. Mathematisch gesproken zijn voor grote uitkoppeling de eigenmodes niet meer orthogonaal. Dit leidt tot een geometrische correctie factor $K \geq 1$ op de formule voor de fundamentele laserlijnbreedte

$$\Delta\nu = \frac{\Gamma_c}{4\pi n} K, \quad (3)$$

$$K = \left[\frac{(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2})(1 - \sqrt{R_1 R_2})}{\sqrt{R_1 R_2} \ln R_1 R_2} \right]^2, \quad (4)$$

waarbij de laatste uitdrukking voor de zogenoemde "excess noise factor" K enkel geldig is voor een laser met een uniforme



Figuur 2

De amplitude van de naar links en naar rechts lopende golf als functie van de positie in de trilholtte

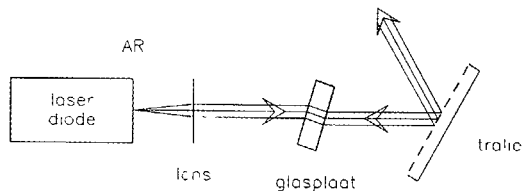
populatie inversie over de lengte van de trilholtte [2]. Voor een "standaard" halfgeleiderlaser met facetten die 30% van de intensiteit reflecteren is K slechts 1.13. Voor een laser met aan de ene kant een spiegel van 10% en aan de andere kant een spiegel van 90% is de correctiefactor $K = 1.50$. Deze asymmetrische-gecoate laser zou theoretisch dus een $1.50/1.13 = 1.33$ maal grotere lijnbreedte moeten hebben. De "excess noise factor" K is zuiver het gevolg van de inhomogeniteit van het optische veld en kan intuïtief begrepen worden wanneer we niet in optische modes denken, maar het veld in de trilholtte opsplitsen in de component die naar rechts loopt en degene die naar links loopt, zoals geschetst is in figuur 2. Voor beide lopende golven geeft spontane emissie aanleiding tot fasediffusie. Wanneer we nu als het ware meereizen met het optische veld, is aan het begin van de rondgang de intensiteit in de voorwaartse richting laag en treedt er relatief veel fasediffusie op. Verderop wordt de intensiteit hoger en de fasediffusie dus minder belangrijk. Geïntegreerd over één rondgang wordt de versnelling van de fasediffusie in het gebied van lage

intensiteit niet volledig gecompenseerd door de vertraging in het gebied van hoge intensiteit. De lijnbreedte van de beschreven laser is een factor K groter dan de lijnbreedte die volgt uit een afleiding waarin de intensiteit in de laser homogeen wordt aangenomen. Dit effect is vergelijkbaar met het feit dat de gemiddelde snelheid van een fietser in de bergen, die klimmen en dalen moeten, lager ligt dan op vlak terrein.

4 Een laser met verlengde trilholtte

Het zal duidelijk zijn dat laserlijnbreedtes in de orde van 10-100 MHz onmogelijk te meten zijn met een spectrometer. In principe kan men gebruik maken van een (Fabry-Perot) etalon, maar deze techniek is verre van ideaal. Aangezien de laserlijnbreedte zo sterk afhangt van het uitgekoppelde optische vermogen, is een extreem hoge finesse nodig om voldoende oplossend vermogen te combineren met een grote "free spectral range". Wij meten laserlijnbreedtes met behulp van optische heterodyne detectie. Alvorens deze detectiemethode te beschrijven wil ik enige woorden besteden aan de referentie-laser die hierbij is gebruikt.

Als referentie-laser gebruikten we een zelfgebouwde "laser met verlengde trilholtte" (external cavity laser). Het hart van de structuur, die geschetst is in figuur 3,



Figuur 3

Schematische voorstelling van onze laser met verlengde trilholtte

bestaat uit een 300 μm lang AlGaAs laser-tje van Philips waarop ze aan één zijde een zeer goede anti-reflectie coating hebben opgedampt. Effectief is hiermee één van de spiegels verwijderd. Het spontane emissielicht dat uit de solitaire laser komt wordt gecollimeerd met een lens en loopt door een glasplaatje naar een draaibaar tralie dat zodanig is ingesteld dat een deel van het licht als eerste-orde reflectie van het tralie terugkomt en gefocuseerd wordt in de solitaire laser. Hiermee is de rondgang compleet en onder de juiste condities kan de getekende structuur "laseren", waarbij het gebied tussen de solitaire laser en het tralie fungeert als een verlenging van de trilholtte.

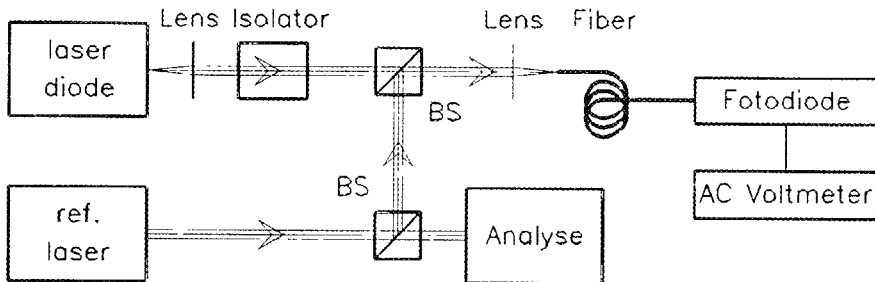
De grove instelling van de kleur van de external cavity laser gebeurt door het tralie te draaien. De golflengte kan tussen 820 en 868 nm worden ingesteld. Als de laserfrequentie eenmaal grof is ingesteld met het tralie kan de frequentie verstemd worden door het getekende glasplaatje te roteren en daarmee de optische lengte van de trilholtte te veranderen. Hoewel de afstand tussen de opeenvolgende longitudinale modes slechts 124 GHz is, is de laserfrequentie met het glasplaatje over 12 GHz scanbaar. De laserfrequentie wordt tijdens de scan een stuk meegesleept voordat hij een aantal modes terugspringt. Deze zelfgebouwde external cavity laser blijkt goed

scanbaar en erg nauwbandig. Met behulp van optische self-homodyne detectie hebben we een lijnbreedte gemeten van 25 tot 50 kHz.

5 Optische heterodyne detectie

Om laserlijnbreedtes te meten maken we gebruik van optische heterodyne detectie [5]. Hierbij wordt licht van de te onderzoeken laser via een bundelsplitser gecombineerd met licht van een nauwbandige referentie-laser, zoals geschetst in figuur 4. De gecombineerde bundel wordt door een fiber gestuurd, dat als ruimtelijk filter fungeert, waarna de intensiteit met een fotodiode wordt gemeten. De intensiteit van de gecombineerde bundel is evenredig met het kwadraat van de som van de elektrische velden $|E_1 + E_2|^2$ en bevat dus ook een mengterm $E_1 E_2$. Als we nu de frequenties van beide lasers in de buurt van elkaar brengen en met een snelle fotodiode de gecombineerde intensiteit detecteren, zal er een zweving waarneembaar zijn rond de verschildfrequentie. Men kan zeggen dat door menging het optische spectrum van de te onderzoeken laser naar radiofrequenties is verschoven.

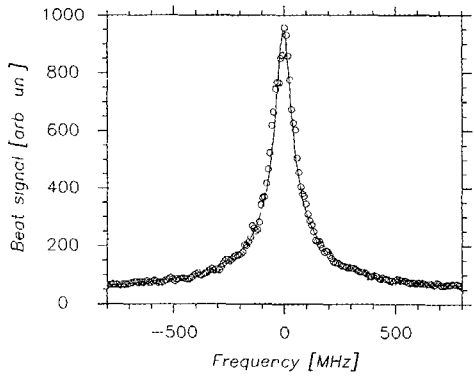
Onze meetmethode maakt gebruik van een trage fotodiode en een verstembare nauwbandige laser. Indien we de frequentie van de verstembare laser in de buurt brengen van die van de te onderzoeken laser, zullen



Figuur 4
Schema van de opstelling gebruikt voor optische heterodyne detectie

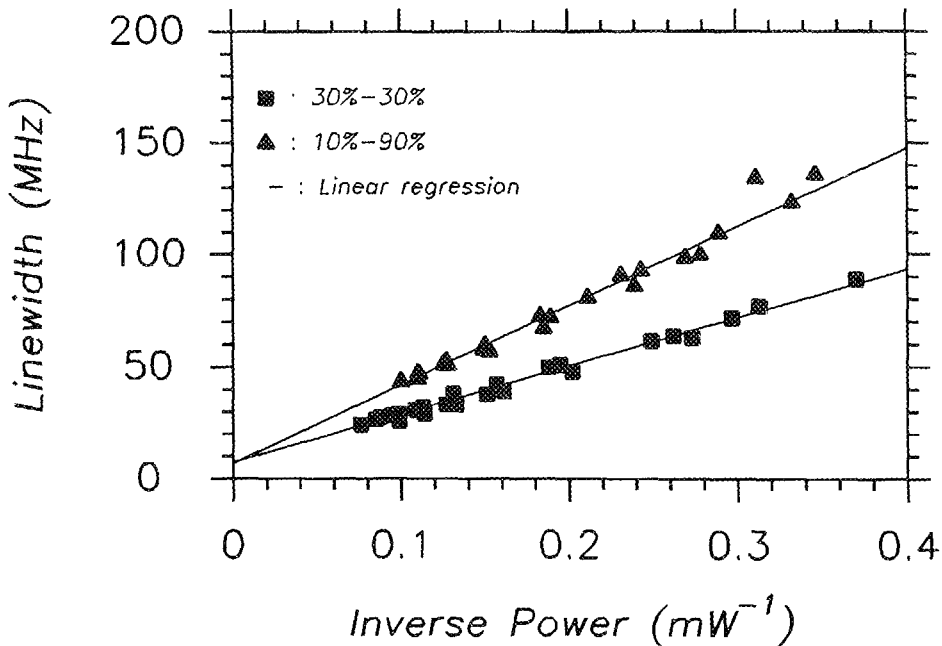
spectrale componenten dicht bij de referentie-laser aanleiding geven tot een laagfrequentie zweeping, terwijl ver verwijderde spectrale componenten aanleiding geven tot een hoogfrequentie zweeping. Deze laatste nemen we toch niet waar met onze trage fotodiode. Door de frequentie van de referentie-laser te variëren en de sterkte van de laagfrequentie zweeping te meten, kunnen we het optische spectrum van de te onderzoeken laser aftasten.

Een typisch resultaat van zo'n spectrale meting is te zien in figuur 5. De meetpunten zijn prima te fitten met de geschetste curve die de wortel van een Lorentz profiel voorstelt¹. We fitten met de *wortel* van een Lorentz profiel, omdat we met heterodyne detectie de *amplitude* van het optische



Figuur 5

Typisch resultaat van een spectrale meting met behulp van heterodyne detectie. Bij 1 mW optisch vermogen per facet is de (FWHM) lijnbreedte van deze laser 50 MHz. De getrokken curve is een fit van de metingen aan een "wortel Lorentz" curve.



Figuur 6

De gemeten lijnbreedte als functie van de inverse van het totale uitgekoppelde vermogen. De lijnbreedtetoeename bij afname van het optische vermogen gaat voor de drie 10%-90% lasers (bovenste curve) 1,64 maal zo snel als voor de drie 30%-30% lasers (onderste curve).

veld meten. Dit in tegenstelling tot metingen met spectrometers of (Fabry-Perot) etalons waar men de spectrale intensiteit meet

6 Lijnbreedtemetingen

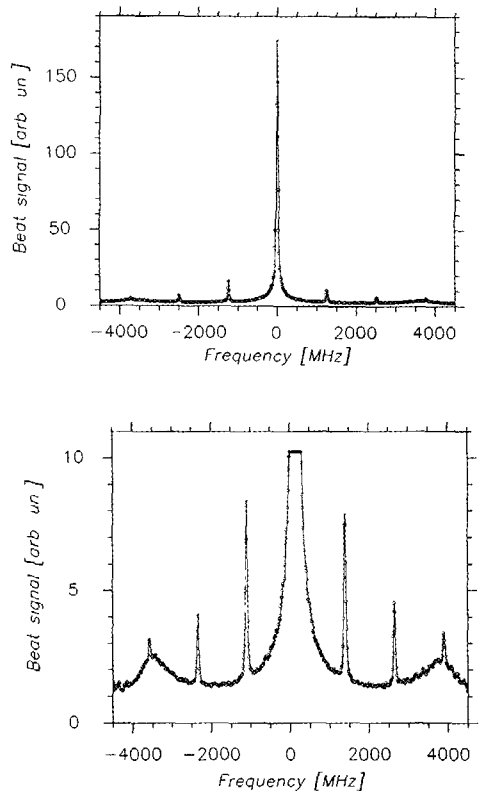
Onze experimenten bestaan uit nauwkeurige metingen van het spectrum van verschillende lasers bij uiteenlopende optische vermogens. Deze (VSI) AlGaAs lasers van Philips zijn allemaal uit dezelfde plak gehaald, om de materiaal- en structureigenschappen zoveel mogelijk identiek te houden, en zijn voorzien van hetzj coatings met 30% reflectie aan beide facetten, hetzj een coating met 10% reflectie aan één kant en 90% reflectie aan de andere kant. In figuur 6 staan de gemeten laserlijnbreedtes uit als functie van het omgekeerde optische vermogen. Het lineaire verband was al voorspeld door Schawlow en Townes. De as-afsnijding, die optreedt bij extrapolatie van de gemeten lijnbreedtes naar hoog vermogen en een vermogens-onafhankelijke bijdrage tot de lijnbreedte voorstelt, is minder lang bekend. Uit figuur 6 blijkt dat de toename van de lijnbreedte bij afname van het laservermogen bij de 10%-90% lasers ongeveer 1.64 maal sneller gaat dan bij de 30%-30% lasers. Kwalitatief is dit in overeenstemming met de theorie. De theorie voorspelt echter slechts een toename met een factor 1.33. Om dit verschil beter te begrijpen worden momenteel vervolgmetingen verricht. Opvallend hierbij is dat er meerdere theorieën zijn voor lasers met grote uitkoppeling. Eigenlijk is er nog geen goede theorie voor de lijnbreedte van een laser ver boven drempel. In de bestaande theorieën wordt spontane emissie en het effect van quantumfluctuaties vaak ad hoc ingevoerd

7 Relaxatie oscillaties

In figuur 7 is het spectrum van licht uit een AlGaAs laser over een groot frequentiegebied weergegeven. Ook deze meting is gebeurd met heterodyne detectie, waarbij de external cavity laser over bijna 10 GHz ge-

varieerd is. Links en rechts naast de centrale laserlijn zijn meerdere scherpe pieken zichtbaar op regelmatige afstand van elkaar. Hier moet u eigenlijk niet op letten, omdat deze pieken veroorzaakt worden doordat de external cavity laser niet perfect single-mode is, maar nog enig optisch vermogen in andere longitudinale modes heeft.

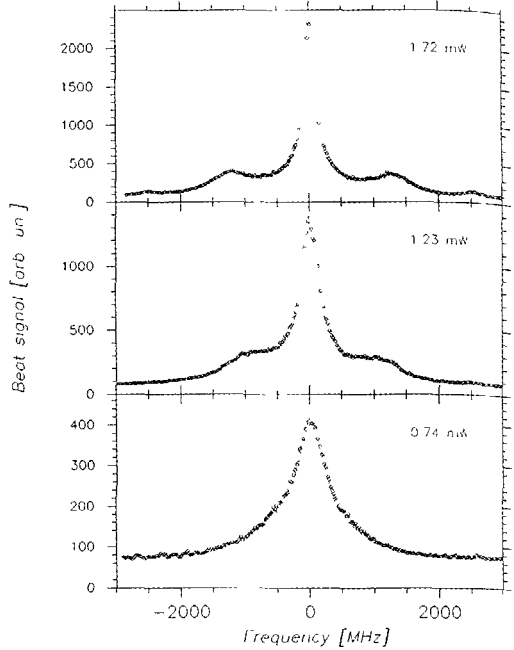
Veel interessanter zijn de brede structuren links en rechts van de hoofdpiek die beter zichtbaar zijn op de vergroting. Deze twee brede zijbanen worden veroorzaakt door relaxatie oscillaties van de laser, die bij een



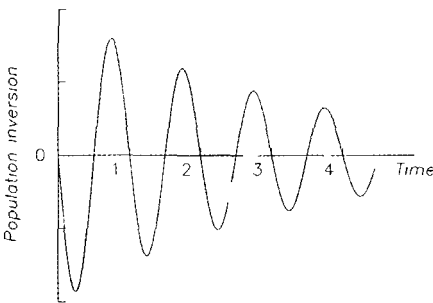
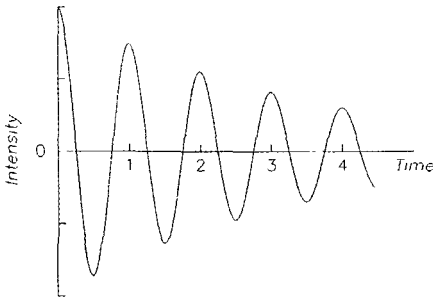
Figuur 7
Het spectrum gemeten over een bereik van bijna 10 GHz. In de onderste figuur is de verticale as een factor 20 vergroot.

uitgekoppeld vermogen van 5.3 mW per facet
 blijkbaar rond de 3.6 GHz plaatsvinden
 Uit deze figuur komt de extreme gevoelig-
 heid van heterodyne detectie duidelijk naar
 voren. De amplitude van de zijbanden is
 slechts 0.7% van die van de hoofdmode,
 hetgeen betekent dat als men deze zijban-
 den wil detecteren met behulp van een
 Fabry-Perot etalon, men moet zoeken naar
 een signaal met een sterkte van slechts
 5×10^{-5} van het hoofdsignaal!

Relaxatie oscillaties kunnen alleen optre-
 den in lasers waarvan de levensduur van
 de aangeslagen toestand groter is dan de
 gemiddelde "levensduur" van fotonen in
 de trilhaute. In zulke lasers kan de populatie



Figuur 9
 Het spectrum van licht uit een laser dicht bij
 drempel



Figuur 8
 Het gedrag van de intensiteit (bovenste curve)
 en de populatie inversie (onderste curve) na een
 verstoring van evenwicht (getrokken lijnen)

inversie niet adiabatisch uit de laserverge-
 lijkingen worden geëlimineerd. De wissel-
 werking tussen de populatie inversie en de
 lichtintensiteit die hierdoor optreedt is ge-
 schetst in figuur 8. Stel dat op $t=0$ de in-
 tensiteit in de trilhaute hoger is dan gemid-
 deld. Deze verhoogde intensiteit geeft
 aanleiding tot meer gestimuleerde emissie
 dan normaal, waardoor de populatie inver-
 sie (een beetje) zal verminderen. De daar-
 mee samenhangende verminderde ver-
 sterking in het lasermedium leidt tot een
 afname van de intensiteit. De intensiteit
 schiet nu echter door zijn evenwichtswaar-
 de heen, waardoor de intensiteit relatief te
 laag wordt en de populatie inversie zich
 weer kan herstellen. Ook deze schiet door
 zijn evenwichtswaarde heen. Deze cyclus

herhaalt zich enkele malen. De beschreven gedempte trillingen worden relaxatie oscillaties genoemd

Relaxatie oscillaties worden door spontane emissie steeds aangeslagen. Ze veroorzaken twee zijbanden in het spectrum links en rechts van de hoofdpijk. De positie en vorm van deze zijbanden geven informatie over de sterkte, de frequentie en de demping van de relaxatie oscillaties.

In figuur 9 zijn een aantal spectrale metingen dicht bij de laserdrempel, dus bij lage intensiteiten, weergegeven. Naarmate het totale uitgekoppelde vermogen, dat steeds bovenaan in de plaatjes is weergegeven, kleiner wordt, wordt de hoofdpijk in het spectrum breder. Dit is de besproken fundamentele ondergrens van de laserlijnbreedte. Ook zien we dat de frequentie van de relaxatie oscillaties afneemt en dat deze versmelten met de hoofdpijk. Let op de asymmetrie in het spectrum, die het gevolg is van amplitude-fase koppeling en beschreven wordt met de zogenoemde α -parameter.

8 Tot slot

Optische heterodyne detectie is ideaal geschikt voor het meten van lijnbreedtes en lijnvormen in het MHz tot GHz regiem. De gepresenteerde meetresultaten laten de extreme gevoeligheid van deze methode overtuigend zien. Het verband tussen de (fundamentele) lijnbreedte en het uitgekoppelde vermogen van halfgeleiderlasers is goed meetbaar. Zijbanden rond de centrale laserlijn geven informatie over de relaxatie oscillaties in de laser.

9 Literatuur

- [1] C.H. Henry, IEEE J. of Quantum Electron. **QE-18**, 259 (1982)
- [2] W.A. Hamel, J.P. Woerdman, Phys. Rev. Lett. **64**, 1506 (1990).
- [3] K. Petermann, *Laser diode modulation and noise* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1988), Ch. 2
- [4] K. Vahala and A. Yariv, IEEE J. of Quantum Electron. **QE-19**, 1096 and 1102 (1989)
- [5] K. Kikuchi, IEEE J. of Quantum Electron. **QE-24**, 1814 (1988)