

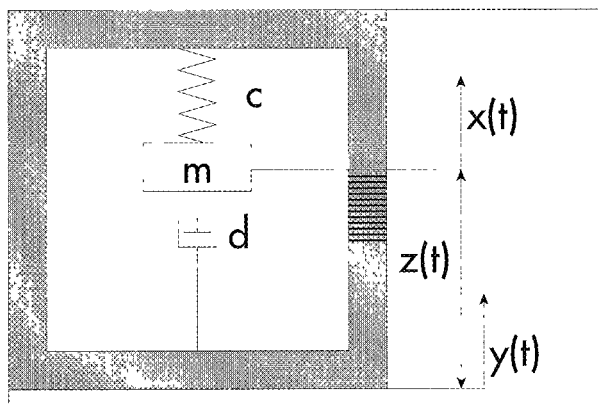
Ontwerp van een rechtgeleiding met een zeer lage eigenfrequentie

A. Post

Voor het meten van laagfrequente trillingen in één richting is een massaveersysteem geschikt, met een lage eigenfrequentie en één graad van vrijheid. Aan de Universiteit Twente is met behulp van het principe van elastische energiecompensatie een robuuste rechtgeleiding ontworpen met een eigenfrequentie in de bewegingsrichting van 0.25 Hz en een eigenfrequentie loodrecht op de bewegingsrichting van 650 Hz. De afmetingen van de rechtgeleiding zijn 50 50 50 mm³, de slag van de rechtgeleiding in de bewegingsrichting is ± 0.5 mm. Eerst worden de achterliggende principes besproken en vervolgens wordt het uiteindelijke ontwerp toegelicht.

Trillingsmeters

Trillingsmeters volgens het seismische principe bestaan uit een massa (m) met één graad van vrijheid (x), die via een veerstijfheid (c) verbonden is met een huis (figuur 1). Het huis wordt op een trillende omgeving bevestigd en neemt de beweging over. Een signaal wordt verkregen door een sensor te gebruiken die de relatieve verplaatsing (z) tussen de massa en het huis meet, bijvoorbeeld een capacitieve, inductieve of optische sensor.



Figuur 1 Massaveersysteem van een trillingsmeter

Seismometers

Voor seismografisch onderzoek is het van belang om de verplaatsing van het aardoppervlak te bekijken. De optredende versnellingen, die voorkomen bij aardbevingen of seismografisch onderzoek, variëren van $0.3 g$ tot $1.6 \cdot 10^{-2} g$, waardoor een gevoelige trillingsmeter vereist is. De optredende trillingen variëren van 5 tot 100 Hz. Een trillingsmeter met een lage eigenfrequentie leent zich uitstekend voor seismografische toepassingen vanwege de lage eigenfrequenties van de massaveerssystemen.

Eisen

De eisen die gesteld zijn aan de trillingsmeter volgen o.a. uit de overdrachtsfunctie (figuur 2) van de trillingsmeter. Hieruit valt af te leiden dat er een minimale responsie van het systeem optreedt bij een statische verplaatsing ($\omega=0$). Intuïtief voelt men dit wel aan dat wanneer het huis laagfrequent bewogen wordt, de massa deze beweging keurig zal gaan volgen en de relatieve verplaatsing z ongeveer gelijk is aan 0.

Wanneer $\omega_e \approx 10 \cdot \omega$ dan is het ingangssignaal (y) nagenoeg proportioneel met

het uitgangssignaal (z). Immers wanneer het huis hoogfrequent bewogen wordt, zal de massa nagenoeg stil blijven staan.

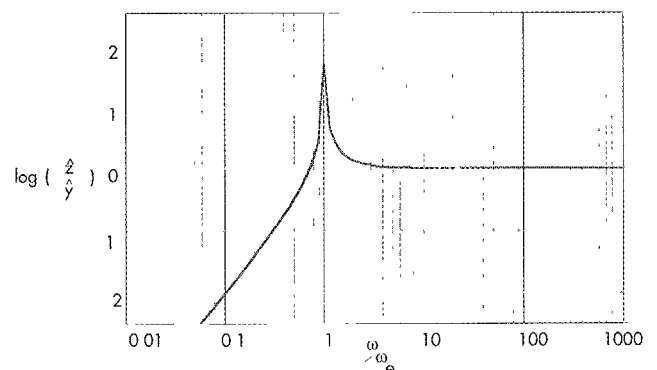
Het meten van laagfrequente trillingen vereist dus dat de eigenfrequentie (ω_e) van het massaveersysteem zo klein mogelijk is t.o.v. de te meten trillingen.

De belangrijkste eisen die gesteld waren aan de trillingsmeter zijn:

- Lage stijfheid in de bewegingsrichting om de lage eigenfrequentie te verkrijgen.
- Hoge stijfheid in de overige richtingen om de overspraak gevoeligheid van de trillingsmeter te reduceren

Elastische energiecompensatie

Bij de trillingsmeter komt het er op neer om een rechtgeleiding te construeren met een zo laag mogelijke stijfheid in de bewegingsrichting en zeer hoge stijfheden in de overige richtingen. Een rechtgeleiding met starre delen en scharnieren heeft het nadeel dat er speling en wrijving optreedt. Het gebruik van elastische elementen delen kent deze nadelen niet. Wanneer elastische elementen worden toegepast als rechtgeleiding voor de massa wordt een cindige stijfheid geïntroduceerd, waardoor een lage eigenfrequentie moeilijk te realiseren valt. Verder gaat een lage stijf-



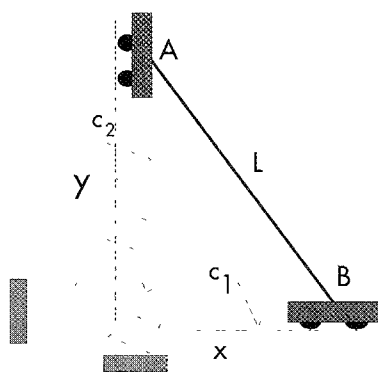
Figuur 2 Overdrachtsfunctie van de trillingsmeter

Ontwerp van een rechtgeleiding met een zeer lage eigenfrequentie

heid van elastische elementen vrijwel altijd ten koste van de robuustheid van de constructie.

Om met een robuuste constructie toch een lage stijfheid te realiseren, is het principe van elastische energiecompensatie [1] toegepast. Hiermee is het theoretisch mogelijk om de stijfheid van de elastische elementen gelijk aan nul te krijgen. De eigenfrequentie van de rechtgeleiding wordt dan theoretisch ook gelijk aan nul [2].

Elastische energiecompensatie is een principe waarbij de hoeveelheid elastische energie in een mechanisme positie-onafhankelijk is. Een dergelijk systeem bevat een aantal elastische elementen die gezamenlijk een hoeveelheid elastische energie bevatten. Bij een verandering van de positie in het systeem stroomt de elastische energie, die was opgeslagen in een reeds gedeformeerd elastisch element, weg naar een elastische element dat gedeformeerd wordt, zodat netto geen energie toegevoerd wordt.



Figuur 3 Concept van een elastisch energiecompensatiesysteem

Figuur (3) geeft een eenvoudige schets van het concept voor een elastisch energiecompensatie systeem. Twee punten (A en B) van een star lichaam op een afstand (L) kunnen wrijvingsloos en spelingsvrij bewegen langs de orthogonale assen x en y. Aan deze twee punten zijn veren bevestigd met veerstijfheden (c_1) en (c_2). De veren zijn voorgespannen over een afstand (x) respectievelijk (y) en zijn spanningsloos in de oorsprong 0. De elastische energie-inhoud van het systeem kan derhalve geschreven worden als:

$$U = \frac{1}{2}c_1x^2 + \frac{1}{2}c_2y^2 \quad (1)$$

Indien de beide veerstijfheden gelijk zijn ($c_1=c_2=c$) geldt:

$$U = \frac{1}{2}c(x^2 + y^2) \quad (2)$$

Omdat de lengte (L) constant is en de beide bewegingsrichtingen loodrecht op elkaar staan blijkt met de stelling van Pythagoras:

$$U = \frac{1}{2}cL^2 \quad (3)$$

Hieruit volgt dat de elastische energie-inhoud U constant is en onafhankelijk van de stand van het lichaam. Dit impliceert verder dat de uitwendige die kracht nodig is om een uitwijking (x) van punt B te bewerkstelligen gelijk is aan:

$$F = \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

Voor de stijfheid c van punt B in de x-richting geldt:

$$F = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

Dit geldt voor elke stand van het lichaam waardoor elke positie een indifferente evenwichtsstand is. Als gevolg van een stijfheid nul in de x-richting is de eigenfrequentie (ω_x) van dit systeem in deze richting, bij elke stand van het lichaam ook gelijk aan nul.

Voor het mechanisme van figuur (3) gelden dan drie voorwaarden waaraan voldaan moet worden om een elastisch energiecompensatie systeem te realiseren.

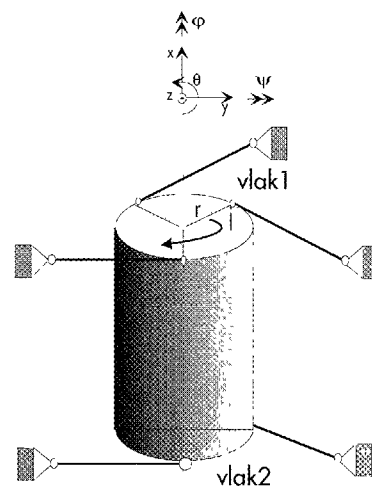
- Ten eerste moeten de veerstijfheden gelijk zijn ($c_1=c_2$).
- De lengte van het starre lichaam moet constant zijn ($L=\text{constant}$).
- De laatste voorwaarde is dat de veren c_1 en c_2 op een zodanig wijze zijn voorgespannen dat bij de twee uiterste standen ($x=0, y=L$ of $x=L, y=0$) één veer volledig ontspannen is terwijl de andere maximaal voorgespannen staat.

Wanneer de scharnieren (figuur 3) van het elastisch energiecompensatiesysteem echter vervangen worden door elastische elementen is geen volledige

elastische energiecompensatie mogelijk, maar kan een elastisch energiecompensatie systeem slechts benaderd worden. Dit is een gevolg van de tweede orde effecten. Immers bij het deformeren van een elastisch element, verandert de geprojecteerde lengte, waardoor de lengte L dus niet constant blijft. Aangezien speling en wrijving ongewenst zijn in het mechanisme, is toch gekozen voor een rechtgeleiding met elastische elementen, waarbij de deformatie minimaal moet worden gehouden, opdat de invloed van het tweede orde effect te verwaarlozen is.

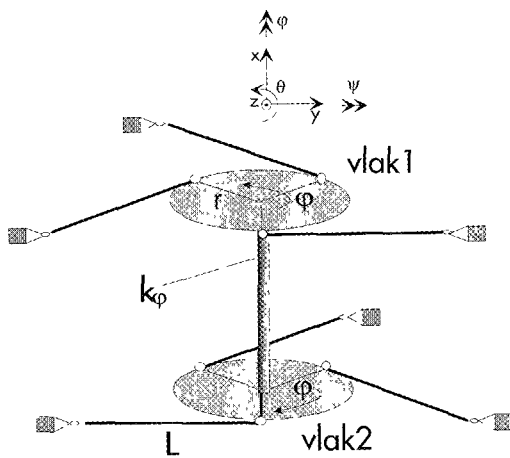
De rechtgeleiding

Er is geprobeerd een rechtgeleiding voor het massaveersysteem te vinden waarvan de verhouding van de dwarsstijfheid en de stijfheid in de bewegingsrichting zo groot mogelijk is. Een methode is het toepassen van sprieten (buigstaven) die een lage buigstijfheid en een hoge trekstijfheid bezitten

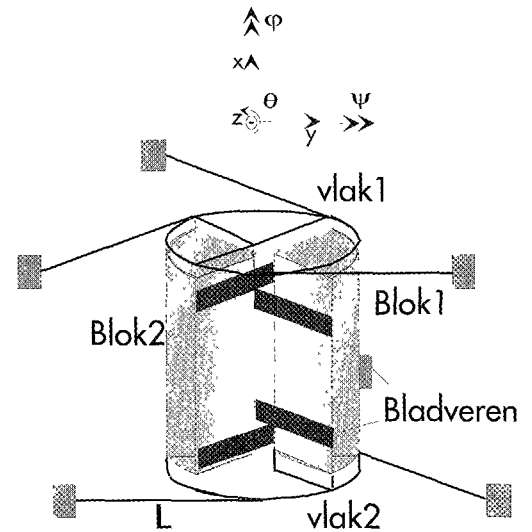


Figuur 4 Rechtgeleiding van een star lichaam

Voor het vastleggen van de 5 vrijheidsgraden van een lichaam zijn 5 sprieten nodig (figuur 4). Drie sprieten worden bevestigd aan vlak 1 en leggen 2 translaties (y, z) en 1 rotatie (ϕ) van vlak 1 vast. De twee sprieten die bevestigd zijn aan vlak 2 leggen 2 translaties (y,



Figuur 5 Rechtgeleiding met rotatieslap lichaam met één graad van vrijheid



Figuur 6 Rechtgeleiding uitgevoerd met kruisveerscharnier

z) en de rotaties (Ψ , Θ) van het lichaam vast. Translaties in de x-richting gaan nu gepaard met relatief kleine rotaties (ϕ). Er kan meer symmetrie in de constructie gebracht worden door de vlakken 1 en 2 rotatievrij van elkaar te maken en het vlak 2 met drie sprietten aan de vaste wereld te bevestigen.

Door de drie sprietten van vlak 2 tegengesteld te bevestigen t.o.v de drie sprietten van vlak 1 (figuur 5), gaan bij een translatie in de x-richting de twee vlakken tegengesteld roteren. Nu is er een punt aan te wijzen tussen deze twee vlakken waar geen rotatie (ϕ) optreedt. Dit punt ondergaat daardoor alleen een translatie (x) en wordt daarmee een zuiver rechtgeleid punt

Tussen de twee vlakken wordt nu een rotatieveer (k_ϕ) bevestigd (figuur 5) Bij een translatie (x) worden nu de sprietten elastisch gedeformeerd en wordt de rotatieveer opgewonden (gedeformeerd). Netto moet er dus elastische energie toegevoerd worden. Door echter de rotatieveer in de juiste richting voor te spannen, wordt deze bij een translatie (x) afgewikkeld, waardoor er elastische energie vrijkomt, die gebruikt kan worden om de sprietten te deformeren. Netto hoeft er dan geen energie toegevoerd worden als deze combinatie van elastische elementen maar aan de voorwaarden voor elastische energiecompensatie voldoet. Om aan te tonen dat op deze manier het

principe van elastische energiecompensatie gerealiseerd kan worden, wordt de rotatieveer in het midden doorgesneden, de rotatie (ϕ) is hier immers nul. Als dus aangetoond wordt dat een helft van de rechtgeleiding voldoet aan de voorwaarden voor elastische energiecompensatie, dan voldoet vanwege de symmetrie van de constructie de gehele rechtgeleiding aan de voorwaarden. verkregen. De drie sprietten en de rotatieveer uit figuur 5 worden nu voorgesteld door respectievelijk de veer c_1 en de veer c_2 uit figuur 3.

Om dat de veer (c_2) (figuur 3) voorgespannen is over een afstand (L), wordt de rotatieveer (k_ϕ) voorgespannen over een hoek (ϕ_0) (figuur 5):

$$\phi_0 = \frac{L}{r} \quad (6)$$

Gebaseerd op het tangentiale vlak van de rechtgeleiding kan geschreven worden:

$$(\phi r)^2 + x^2 = L^2 \quad (7)$$

Het elastische systeem bestaat dan uit een rotatieveer (k_ϕ) en drie sprietten met een gezamenlijke buigstijfheid (c). De elastische energie-inhoud van dit systeem wordt dan:

$$U = \frac{1}{2}cx^2 + \frac{1}{2}k_\phi\phi^2 \quad (8)$$

Met de bovenstaande vergelijkingen wordt:

$$U = \frac{1}{2}cx^2 + \frac{1}{2}\frac{k_\phi}{r^2}(L^2 - x^2) \quad (9)$$

Deze vergelijking kan herschreven worden als

$$U = \frac{1}{2}\left(c - \frac{k_\phi}{r^2}\right)x^2 + \frac{1}{2}k_\phi\frac{L^2}{r^2} \quad (10)$$

Met $c = k_\phi/r^2$ en bovenstaande vergelijkingen kan de uiteindelijke energie-inhoud worden geschreven als:

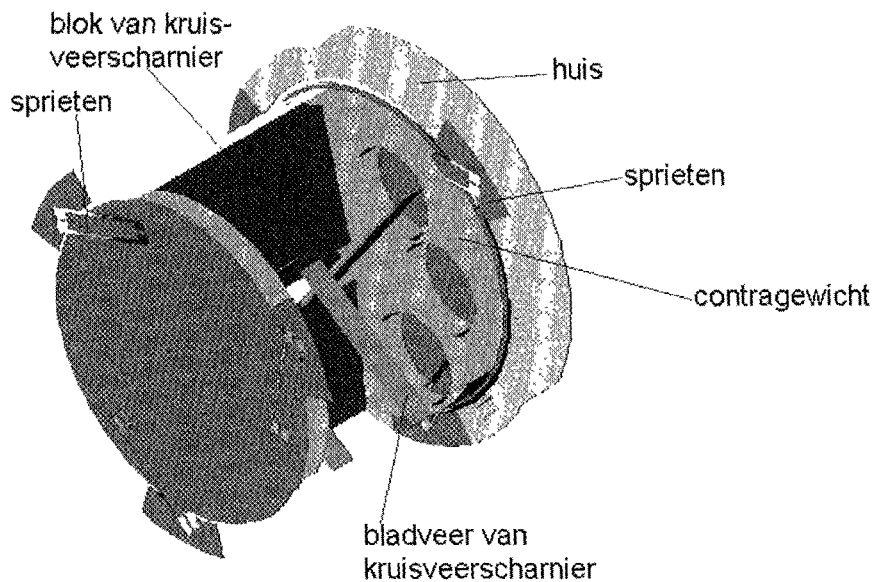
$$U = \frac{1}{2}k_\phi\phi_0^2 \quad (11)$$

Hieruit volgt dat de elastische energie-inhoud constant blijft en er dus een elastisch energiecompensatiesysteem is gerealiseerd.

De rotatieveer is hiermee een belangrijk en kritisch onderdeel van de rechtgeleiding geworden omdat deze over een grote hoek (ϕ_0) (vergelijking 6) moet worden voorgespannen. Verder moet deze rotatieveer de twee vlakken (1 en 2) met elkaar verbinden waarbij alleen de rotatie (ϕ) vrijgelaten wordt.

Er is voor een kruisveerscharnier gekozen als rotatieveer in de rechtgeleiding Dit omdat bij een gegeven maximale inbouwruimte, de te verwachten verhouding tussen de dwarsstijfheid en de stijfheid in de bewegingsrichting het grootst is. Omdat het kruisveerscharnier over een grote hoek (vergelijking 6)

Ontwerp van een rechtgeleiding met een zeer lage eigenfrequentie



Figuur 7 Uiteindelijke uitvoering van de rechtgeleiding

wordt voorgespannen worden de gebruikte bladveren gebogen, waardoor het kruisveerscharnier zijn dwarsstijfheid verliest. De bladveren worden daarom van tevoren plastisch gedeformeerd met een constante kromtestraal. Door het voorspannen van het kruisveerscharnier worden de bladveren weer elastisch gedeformeerd, zodat deze weer recht zijn. De dwarsstijfheid van het kruisveerscharnier wordt nu bepaald door de lengtestijfheid van de bladveren, en is dus zeer hoog.

Een eenvoudiger uitvoering van de rechtgeleiding is mogelijk door het kruisveerscharnier te vervangen door een draadveer of een kruisprofiel. De verhouding van de stijfheid in de bewegingsrichting (x) tot de dwarsstijfheid wordt dan gereduceerd. Het voordeel van een kruisprofiel of een draadveer is dat er een fysisch rechtgeleid punt aan te wijzen is op de constructie.

De gekozen rechtgeleiding uitgevoerd met een kruisveerscharnier als rotatieveer is afgebeeld in figuur 6. Blok 1 en blok 2 van het kruisveerscharnier zijn respectievelijk bevestigd aan vlak 2 en vlak 1. Bij een uitwijking (x) van de rechtgeleiding uitgevoerd met een kruisveerscharnier ondergaan de blokken (1 en 2) een rotatie (φ). Voor de

functie van trillingsmeter zijn de blokken symmetrisch uitgevoerd waardoor geen rotatieversnellingen ($d^2\varphi/dt^2$) kunnen worden gemeten.

Verder moet het zwaartepunt van een blok samenvallen met de pool van de rotatiebeweging, omdat de trillingsmeter anders gevoelig wordt voor overspraak. De dwarskrachten (F_y en F_z) grijpen dan aan in het zwaartepunt van een blok en veroorzaken een moment (T_φ) om de pool met als gevolg een uitwijking (x).

Uiteindelijke constructie

De uiteindelijke uitvoering van de constructie is weergegeven in figuur 7. De stijfheid in de bewegingsrichting is 2,1 N/m, met energiecompensatie en zou 1200 N/m geweest zijn zonder energiecompensatie en de bewegende massa weegt ongeveer 300 gram. Het uiteindelijke resultaat is een robuuste rechtgeleiding met een eigenfrequentie (ω_x) in de bewegingsrichting (x) van 0,25 Hz en een eigenfrequentie (ω_y) loodrecht op de bewegingsrichting (y) van 650 Hz. De rechtgeleiding bezit geen fysisch rechtgeleid punt maar alleen punten die naast een translatie (x) ook een kleine rotatie (φ) ondergaan. De elastische elementen zijn gerealiseerd als verstijfde bladveren die uit een plaat

van 0,2 mm dik gevonkt zijn. De blokken van het kruisveerscharnier zijn symmetrisch en met contragewichten uitgevoerd om er voor te zorgen dat het zwaartepunt samenvalt met de pool van de roterende beweging.

Bij het gegeven maximale bouwvolume en de slag van de rechtgeleiding kunnen de eigenfrequenties (ω_x en ω_y) nog aangepast worden. Door het veranderen van de stijfheid van de elastische onderdelen en/of het veranderen van de massa van de bewegende delen van de rechtgeleiding zijn de laagste eigenfrequenties (ω_x en ω_y) respectievelijk 0,15 Hz en 290 Hz. De grootste eigenfrequenties (ω_x en ω_y) die bij dezelfde inbouwruimte te verkrijgen zijn respectievelijk 0,6 Hz en 5,000 Hz.

Conclusie

Resumerend kan gesteld worden dat het principe van elastische energiecompensatie er theoretisch voor kan zorgen dat van een rechtgeleiding opgebouwd uit starre delen en veren elke stand een indifferente evenwichtstand is. De stijfheid van het mechanisme wordt gelijk aan nul en daarmee wordt de eigenfrequentie gelijk aan nul. Wanneer voor de rechtgeleiding geen wrijving en speling gewenst zijn, kan gebruik gemaakt worden van elastische elementen. Het principe van volledige elastische energiecompensatie kan dan slechts worden benaderd. Hierdoor wordt geen stijfheid gelijk aan nul van de rechtgeleiding verkregen maar een lage stijfheid die afhankelijk is van de stijfheid van de gebruikte elastische elementen.

Literatuur:

[1] M.P. Koster, Constructieprincipes voor het nauwkeurig bewegen en positioneren, Colledgeictaat 113136 Universiteit Twente (1992)

[2] M.P. Koster, Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren, Mikroniek no 2 (1994)