

# Optische Technieken Verklaard: Twee golflengte Interferometrie

*Hedser van Brug, Technische Universiteit Delft,  
Laboratorium voor Technische Natuurkunde, Sectie Optica,  
Lorentzweg 1, 2628 CJ Delft*

## Samenvatting

In deze tweede aflevering in de serie Optische Technieken Verklaard, wordt het principe van twee golflengte interferometrie uit de doeken gedaan. De oorsprong van de veel gebruikte formule voor de effectieve golflengte wordt aangegeven samen met een beschrijving van het maximale bereik van de methode, en de daaraan verbonden nadelen

## 1. Inleiding

Bij interferometrie is het enerzijds prettig dat de golflengte van het licht klein is, in de orde van enige honderden nanometers, omdat dit het mogelijk maakt om zeer nauwkeurig te meten. Interferometrie wordt bijvoorbeeld gebruikt om vormen en vervormingen te meten. De haalbare nauwkeurigheid is circa  $\lambda/10 - \lambda/100$ , afhankelijk van de toegepaste methode, en de nauwkeurigheid hangt dus omgekeerd evenredig samen met de gebruikte golflengte. Hoe kleiner de golflengte, hoe nauwkeuriger er gemeten kan worden.

Aan de andere kant is het soms echter ook een nadeel. Omdat licht een golfverschijnsel is, met een daar aan gekoppelde golflengte danwel periode, is het onmogelijk onderscheid te maken tussen een punt op een bepaalde plaats op de periode en het zelfde punt op een andere periode. Dit probleem doet zich bijvoorbeeld voor bij het meten van afstanden. Bij een interferometrische meting, waarbij uit het interferogram de fase van het licht verkregen kan worden, geeft de meting uitsluitend over de fase binnen één periode, waarden tussen de 0 en  $2\pi$  radiaal dus. De fase wordt doorgaans verkregen door middel van een

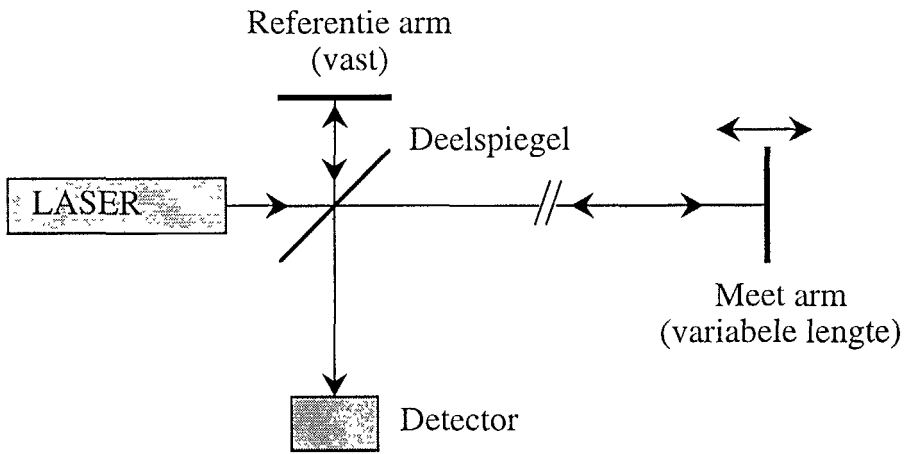
arctangens functie zodat de verkregen fases liggen tussen  $-\pi$  en  $+\pi$ , hetgeen overeenkomt met een weglengte verschil van één golflengte.

Een gemeten fase nul, hetgeen overeenkomt met een weglengteverschil van nul, houdt in dat het licht, dat na vertrek uit de lichtbron in twee stukken gesplitst is, zie Fig.1, na combinatie effectief geen weglengte verschil heeft, en dus op precies een veelvoud van de golflengte na een gelijke weglengte afgelegd heeft. In dit geval heten de twee bijdragen in fase te zijn en treedt er constructieve interferentie op, de bijdragen versterken elkaar.

Indien er een fase van  $\pm\pi$  gemeten wordt, hetgeen overeenkomt met een weglengte verschil van een halve golflengte, komen de twee bijdragen in tegenfase aan en zullen elkaar, indien de amplitudes van de twee bijdragen gelijk zijn, uitdoven. Nu is er sprake van destructieve interferentie.

Indien nu één van de wegen via welke het licht propageert, de zogenaamde meetarm van de interferometer, van lengte verandert ten opzichte van de andere arm, de referentie arm, dan zal de gemeten fase lineair met de verandering van de weglengte mee veranderen. Door nu de fase als functie van de tijd te volgen kunnen de fase sprongen, bij een oplopende fase springt de fase van  $+\pi$  naar  $-\pi$ , achteraf verwijderd worden. Dit proces wordt binnen de interferometrie aangeduid met 'phase unwrapping', hetgeen in het Nederlands zoets als fase ontvouwing zou moeten heten.

Indien de weglengte niet continu verandert



Figuur 1

Schema voor een meetopstelling. Het laserlicht wordt verdeeld, door de deelspiegel, over de twee armen van de interferometer. Via deze spiegel worden ze, na propagatie over twee keer de armlengte, weer gecombineerd en naar de detector geleid.

maar discontinuïteiten vertoont, dan zal het 'phase unwrappen' over het algemeen niet meer lukken en zal het dus niet mogelijk zijn om de weglengte veranderingen goed in kaart te brengen. Er blijven dan onbekende off-sets over.

Om dit probleem te verkleinen is het mogelijk om bijvoorbeeld met een veel grotere golflengte te gaan meten waardoor het waarschijnlijker wordt dat sprongen in de weglengte van de meetarm binnen één golflengte blijven. Dit heeft echter als nadeel dat de nauwkeurigheid in het gemeten weglengte verschil omgekeerd evenredig is met de gebruikte golflengte.

Om nu toch met een grote golflengte te meten om eventuele discontinue stappen in de weglengte te kunnen overbruggen, en daarbij de nauwkeurigheid te behouden van een kleinere golflengte is de twee golflengte interferometrie een goede oplossing.

## 2. Twee golflengte interferometrie

Bij twee golflengte interferometrie zou men kunnen denken dat de meting gewoon dubbel uitgevoerd wordt, één keer met een korte golflengte om de nauwkeurigheid te

behalen en één keer met een langere golflengte om de discontinue overgangen eenduidig te kunnen overbruggen.

In werkelijkheid gaat het nog net iets handiger in zijn werk. Er zijn twee mogelijkheden. De eerste is dat de twee lichtbronnen, beide lasers, tegelijkertijd gebruikt worden, en bij de tweede worden de metingen met de twee golflengten sequentieel uitgevoerd waarna de fase informatie verkregen uit de twee metingen gecombineerd wordt.

### 2.1 Mengen van de golflengtes

Indien de twee lichtbronnen tegelijkertijd gebruikt worden zal er op de detector t.g.v. het verschil in golflengte van de twee lasers een zweving ontstaan ter grootte van de verschillfrequentie tussen de twee frequenties van het laserlicht. Het is natuurlijk zo dat de somfrequentie ook optreedt maar door de zeer hoge frequentie kan deze niet waargenomen worden. De frequentie  $\nu$  van het licht (Hz) wordt gevonden uit

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad (1)$$

waarbij  $\lambda$  de golflengte van het licht is (in meters), en  $c$  de lichtsnelheid (in meters/seconde). Als de gebruikte golflengtes nu aangegeven worden door  $\lambda_1$

en  $\lambda_2$ , dan volgt de verschilfrequentie uit

$$v_{12} = v_1 - v_2 = \frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2}, \quad (2)$$

hetgeen herschreven kan worden als

$$v_{12} = \frac{c|\lambda_1 - \lambda_2|}{\lambda_1\lambda_2}. \quad (3)$$

Deze formule is te herschrijven tot

$$v_{12} = \frac{c}{\lambda_{\text{eff}}}, \quad (4)$$

met als definitie voor de effectieve golflengte  $\lambda_{\text{eff}}$

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|}. \quad (5)$$

Doordat het verschil tussen de twee golflengte in het algemeen kleiner is dan de waarde van ieder van de golflengtes, zal de effectieve golflengte groter zijn dan de afzonderlijke golflengtes. Deze methode van meten heeft als voordeel dat golflengtes verkregen kunnen worden waarvoor helemaal geen lasers bestaan. De nauwkeurigheid die behoort bij de afzonderlijke golflengtes is hierbij echter verloren gegaan.

## 2.2 Combineren resultaten van de twee golflengtes

Om de nauwkeurigheid van de korte golflengtes te behouden moeten de metingen bij de twee verschillende golflengtes onafhankelijk uitgevoerd worden.

Stel dat het weglengte verschil tussen de twee armen van de interferometer  $\chi$  bedraagt. De fase  $\phi_i$ , waargenomen bij een meting met golflengte  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2$ ) bedraagt dan

$$\phi_i = 2\pi \frac{\chi}{\lambda_i} = 2\pi (N + f), \quad (6)$$

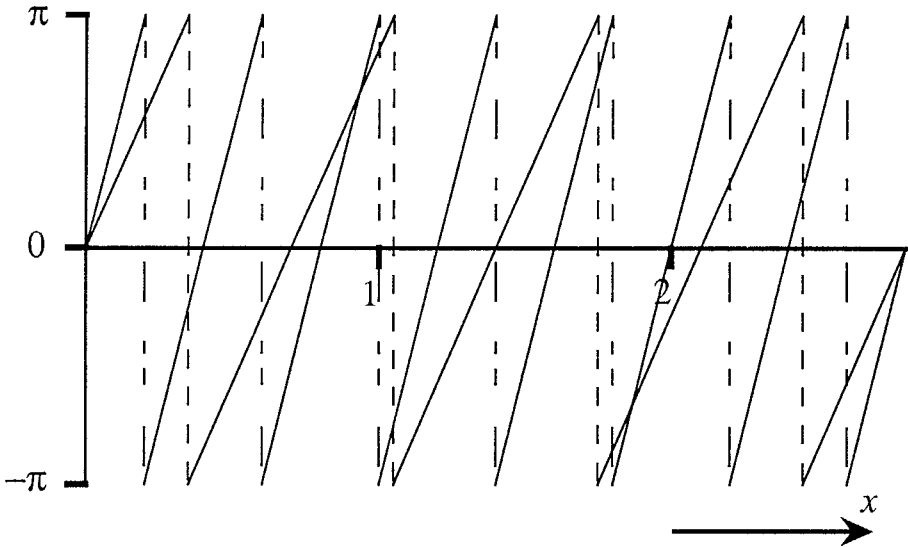
waarbij  $N$  een geheel getal is dat aangeeft hoe vaak de golflengte geheel in de afstand  $\chi$  past, en waarbij  $f$  de fractie van de golflengte is die in het restant van  $\chi$  past wanneer  $N$  maal de golflengte ervan afgetrokken is. In een meting kan de grootte van  $N$  niet bepaald worden en zal dus alleen informatie over  $f$  verkregen worden. De waargenomen fase  $\phi_i$  is gelijk aan

$$\phi_i = \phi_i \pmod{2\pi}. \quad (7)$$

Als nu de twee golflengtes onafhankelijk gebruikt worden, worden voor één afstand  $\chi$  twee waarden voor de fase gevonden, nml.  $\phi_1$  en  $\phi_2$ . Aan de hand van ieder van deze waarden kan de afstand binnen de bijbehorende golflengte eenduidig vastgesteld worden. Door nu de twee waarden te combineren blijkt dat de afstand eenduidig bepaald kan worden over een gebied gelijk aan het kleinste gemene veelvoud van de twee golflengtes, zie ook Fig.2. In de praktijk wordt dit bereik niet toegepast maar wordt er een keer gemeten voor de twee onafhankelijke golflengtes, gevolgd door een gecombineerde meting zodat als totale bereik  $\lambda_{\text{eff}}$  verkregen wordt. Voor verduidelijking is in Fig.2 de situatie geschetst voor  $\lambda_1 = 0.4 \mu\text{m}$  en  $\lambda_2 = 0.7 \mu\text{m}$ . Stel dat het weglengte verschil bij het begin van de meting exact 2.8 mm bedraagt, zodat de beide fases nul bedragen. Golflengte  $\lambda_2$  past er 7000 keer in ( $N = 7000$  en  $f = 0$ ) en voor golflengte  $\lambda_1$  geldt  $N = 4000$  en eveneens  $f = 0$ . Als nu het weglengte verschil vergroot wordt zullen de beide fases veranderen zoals in Fig.2 is aangegeven. In deze figuur valt de oorsprong samen met een weglengte verschil waar beide golflengtes precies inpassen, zoals bijvoorbeeld 2.8 mm.

De horizontale as komt overeen met een lengte verandering van  $2.8 \mu\text{m}$ , de afstand waarover het faseverloop periodiek is. Golflengte  $\lambda_1$  past hier zeven keer in, na iedere  $0.4 \mu\text{m}$  heeft de fase zijn totale bereik

fase



Figuur 2:

Verandering van de gemeten fase voor de twee golflengtes, als functie van het weglengteverschil in de twee armen van de interferometer. De verticale gestippelde lijnen geven de 'phase-wrap' aan. De lijn met de grootste helling hoort bij  $\lambda_1 = 0.4\mu\text{m}$ , de andere bij  $\lambda_2 = 0.7\mu\text{m}$ .

doorlopen. Evenzo past golflengte  $\lambda_2$  er vier keer in en is de bijbehorende fase periodiek met een periode van  $0.7\mu\text{m}$ , gelijk aan de golflengte.

Over het gehele bereik van  $\chi = 0$  tot  $2.8\mu\text{m}$  zijn de combinaties van gemeten fases uniek en is het dus in principe mogelijk om uit de gevonden fases voor de twee golflengtes binnen dit bereik de weglengte verandering ondubbelzinnig vast te stellen. Indien gebruik gemaakt wordt van de effectieve golflengte volgens Vgl.(5) wordt dit bereik met een factor drie verkleind. Dit heeft echter als voordeel dat de fase behorende bij  $\lambda_{\text{eff}}$  als resultaat van een meting verkregen wordt en niet als uitkomst van een mathematische berekening. Hierdoor is het bereik dan welliswaar verkleind maar de toepasbaarheid is groter doordat de rekenmethodes om het hele bereik te be-

slaan erg gevoelig zijn voor fluctuaties in de twee golflengtes. Uit Fig.2 valt af te lezen dat de golflengte  $\lambda_{\text{eff}}$  gedefiniëerd is als die afstand waarvoor de fases van de twee golflengtes aan elkaar gelijk zijn. In het hier gegeven voorbeeld komt dat overeen met  $0.9333\mu\text{m}$ , hetgeen slechts een geringe winst inhoudt ten opzichte van de golflengte van  $0.7\mu\text{m}$ . Door andere golflengtes te combineren zijn veel grotere verschillen te verkrijgen, met name indien twee dicht bij elkaar gelegen golflengtes gemengd worden

### 3. Conclusie

Het principe van twee golflengte interferometrie is uitgelegd. De oorsprong van de effectieve golflengte is aangegeven samen met de beperking die deze heeft op het gebied waarover eenduidig gemeten kan worden