

Inleiding in de optica (I)

H.G.J. Rutten

In de fijnmechanische techniek is de toepassing van optische componenten geen onbekend verschijnsel. De optische industrie is zelfs een van de grote takken van de hele fijnmechanische industrie.

Ook in de overige fijnmechanische techniek is de optica veelal een uitbreiding of zelfs een vervanging van de zintuiglijke waarneming. Om optische componenten goed te kunnen toepassen is een zekere kennis nodig van de begrippen die in deze tak van de techniek worden gebruikt. Dit artikel en nog enige vervolgartikelen geven een globaal overzicht.

Om de geïnteresseerde aan te sporen zelf te gaan experimenteren, ook rekenkundig, zijn een groot aantal rekenvoorbeelden gegeven met hier en daar kleine programmaroutines in de computertaal BASIC.

Doel van de optica

Optische componenten kennen drie specifieke toepassingen. Deze zijn op de eerste plaats het ontwikkelen of transformeren van beeldinformatie, vervolgens het illumineren van een bepaald object en het omgekeerde daarvan, het concentreren van licht op fotogevoelige elementen.

Typische voorbeelden zijn resp afbeeldende optische systemen zoals (TV) camera-objectieven respectievelijk condensersystemen voor bijvoorbeeld microscopen en lichtverzamelingsoptiek voor bijvoorbeeld lichtenergiemetingen.

In dit en volgende artikelen zal niet worden ingegaan op de toepassing van specifieke illuminatieproblemen zoals die zich bijvoorbeeld voordoen in kopieerapparaten of andere reprografische systemen. Dit (eerste) artikel zal zich bezig houden met een introductie over en het gebruik van vlakke en de afbeeldende holle en bolle spiegels. Lenzen, prisma's, vensters, etc. zijn in het volgende artikel aan de beurt.

Introductie

Het zal duidelijk zijn dat in de optica informatie wordt overgebracht door middel van licht. Licht is een klein deel uit het elektromagnetische spectrum; zie figuur 1. Het voor het menselijk oog zichtbare deel van dit spectrum reikt van ca. 400 nm tot ca. 750 nm; ($1 \mu\text{m} = 1000 \text{ nm}$).

Licht met een kleinere golflengte dan 400 nm wordt ultraviolet genoemd, licht met een grotere golflengte dan 750 nm infrarood. Het totale licht dat het menselijk oog over het gebied van 400 tot 750 nm waarneemt is gewoon wit licht, ook

wel hetero- of polychromatisch licht genoemd. Dit witte licht is samengesteld uit de kleuren van de regenboog. Deze zijn zoals bekend mag worden verondersteld: rood, oranje, geel, groen, blauw en violet. Deze kleurenband wordt over het algemeen het spectrum genoemd.

Grof ingedeeld kunnen de volgende kleuren binnen de volgende ruimere grenzen worden onderkend:

| | |
|---------|-------------|
| rood: | 640-780 nm |
| oranje: | 610-640 nm |
| geel: | 580-610 nm |
| groen: | 495-580 nm |
| blauw: | 440-495 nm |
| violet: | 360-440 nm. |

| Golflengte in meters | Voorbeeld | Golflengte in nanometer | Kleur |
|----------------------|-----------------|-------------------------|-----------------|
| 10^6 | | | |
| 10^5 | | | |
| 10^4 | | | |
| 10^3 | | | |
| 10^2 | RADIO | | |
| 10^1 | | | |
| 10^0 | TV | | |
| 10^{-1} | RADAR | 1000 | Nabij Infrarood |
| 10^{-2} | | 900 | |
| 10^{-3} | MAGNETRON | 800 | Infrarood |
| 10^{-4} | WARMTE | 700 | Diep rood |
| 10^{-5} | INFRAROOD | 650 | Rood |
| 10^{-6} | ZICHTBAAR LICHT | 600 | Oranje |
| 10^{-7} | | 580 | Geel |
| 10^{-8} | ULTRAVIOLET | 550 | Groen |
| 10^{-9} | ZACHTE RONTGEN | 490 | Blauw |
| 10^{-10} | HARDE RONTGEN | 400 | Violet |
| 10^{-11} | ZACHTE GAMMA | 350 | Ultraviolet - A |
| 10^{-12} | | 300 | Ultraviolet - B |
| 10^{-13} | HARDE GAMMA | 200 | Ultraviolet - C |
| 10^{-14} | | | |
| 10^{-15} | KOSMISCH | | |
| 10^{-16} | | | |

Figuur 1 Het elektromagnetische spectrum reikt van langgolvlige radiostraling tot zeer kortgolvlige kosmische straling. Het zichtbare deel van dit spectrum is slechts een zeer klein deel van het geheel.

| lijn | golflengte | kleur | element |
|---------|-------------|--------|-----------|
| r-lijn | 706,5188 nm | rood | helium |
| C-lijn | 656,2725 nm | rood | waterstof |
| C'-lijn | 643,8469 nm | rood | cadmium |
| D-lijn | 589,2938 nm | geel | natrium |
| d-lijn | 587,5618 nm | geel | helium |
| e-lijn | 546,0750 nm | groen | kwik |
| F-lijn | 486,1327 nm | blauw | waterstof |
| F'-lijn | 479,9914 nm | blauw | cadmium |
| g-lijn | 435,8343 nm | blauw | kwik |
| h-lijn | 404,6561 nm | violet | kwik |

| | |
|-------------------|------|
| perspex: | 1,49 |
| laagbrekend glas: | 1,50 |
| vensterglas: | 1,52 |
| hoogbrekend glas: | 1,90 |
| diamant: | 2,42 |

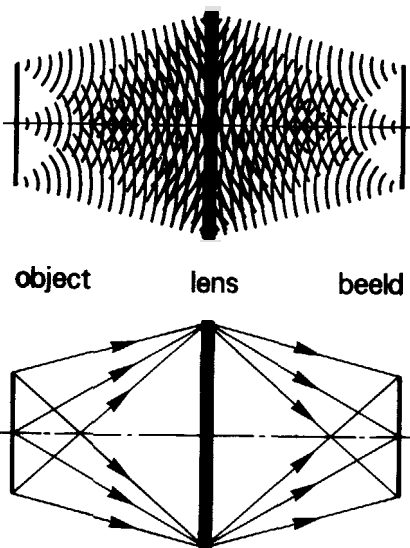
Eris geen scherpe grens bij de overgang van de ene kleur op de andere, maar een geleidelijke overgang, terwijl er in dat spectrum wel scherp begrensde lijnen kunnen worden gevonden. Deze lijnen zijn de zogenaamde spectraallijnen. Deze hebben een specifieke golflengte en daarom wordt hierbij gesproken van monochromatisch licht. De oorsprong van deze lijnen zijn de elementen. Elk element heeft zijn eigen spectraallijn of -lijnen. Deze lijnen hebben in de optica een bepaalde betekenis; zij worden toegepast voor het karakteriseren van optisch glas en/of optische systemen. Om deze reden is een lijstje gegeven van de meest voorkomende spectraallijnen, hun specifieke golflengte, kleur en element waarvan de lijn afkomstig is.

De informatie die een object uitstraalt, hoe het object er dus uit ziet, plant zich in

de ruimte voort als een golffrontverschijnsel. Het is echter vrij complex en onoverzichtelijk om dit duidelijk in een tekening te laten zien. Evenzo is het nogal gecompliceerd om hiermee te rekenen. Het berekenen van de systemen met de golffronten noemt men golfoptica.

Een aanmerkelijke vereenvoudiging is echter mogelijk. In plaats van de golffronten worden stralen getekend en wordt er met stralen gerekend. Dit wordt de geometrische optica genoemd. Zo'n straal stelt in principe voor wat de bewegingsrichting is van een golffront op een specifieke plaats. Een verdere vereenvoudiging is dat niet vanuit alle punten van een object stralen worden getekend, maar alleen de meest significante of karakteriserende stralen.

Het verschil tussen de golffrontvoorstelling en de stralenvoorstelling is duidelijk te zien in figuur 2.



Figuur 2 Voorstelling van de overdracht van een object tot beeld. Voor het gemak is de lens getekend als een platte component. De bovenste voorstelling geldt voor golffronten, de onderste is de vereenvoudiging d.m.v. stralen. In werkelijkheid zendt elk punt van het object golffronten/stralen uit; voor de overzichtelijkheid zijn er slechts enkele getekend.

Licht plant zich voort door de ruimte met een snelheid die geen vast gegeven is, maar afhankelijk is van de optische dichtheid van het medium waarin zich dat licht voortplant.

In het vacuüm (de kosmische ruimte) is de snelheid van het licht 299.792,4562 km/s. In lucht is de snelheid iets lager. In glas is deze, afhankelijk van de glas-soort, veel lager. De verhouding tussen de snelheid c van het licht in lucht en in een optisch medium noemt men de brekingsindex n , dus:

$$n = \frac{c_{\text{lucht}}}{c_{\text{medium}}}$$

Voor nagenoeg alle toepassingen wordt deze formule gebruikt. Een uitzondering daarop is de uitvoering van optische systemen voor de ruimtevaart. De eisen zijn daar vaak zo streng dat het kleine verschil tussen de snelheid in lucht en in vacuüm wel invloed zou hebben.

De brekingsindices van enige min of meer alledaagse media zijn:

| | |
|----------|---------|
| lucht: | 1,00029 |
| water: | 1,33 |
| alcohol: | 1,36 |
| kwarts: | 1,44 |

Deze brekingsindex geldt echter voor een bepaalde golflengte. De snelheid van het licht in een bepaald optisch dicht medium (dus geen vacuüm) is, afgezien van inhomogeniteiten in dat medium, afhankelijk van de golflengte. Naarmate de golflengte kleiner is, is de lichtsnelheid in dat medium lager en daardoor is de brekingsindex dus hoger.

Het verschil in brekingsindex voor een bepaald optisch medium, bijvoorbeeld optisch glas, tussen twee verschillende golflengten wordt dispersie genoemd.

De Duitser Abbe vond in de vorige eeuw een manier hoe hij een optisch medium – voor zijn toepassing was dat optisch glas – kon karakteriseren.

Hij deed dat door de onderstaande formule te ontwikkelen waarmee het zogenaamde Abbe-getal v_d wordt bepaald:

$$v_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$

Hierin zijn n_d , n_F en n_C resp. de brekingsindices van een glas voor de d-, F- en C-lijn.

Hoe hoger het Abbe-getal is, des te kleiner is de dispersie

In de Franse literatuur wordt veelal van deze aanduiding afgeweken. Men gebruikt daar de e-, F'- en C'-lijn van het spectrum.

De karakterisering is dan als volgt:

$$v_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}}$$

Enige typische glassoorten zijn bijvoorbeeld:

laagbrekend, lage dispersie:

FK 54 $n_d = 1,437$ $v_d = 90,7$

laagbrekend, hoge dispersie:

TiF 3 $n_d = 1,548$ $v_d = 42,2$

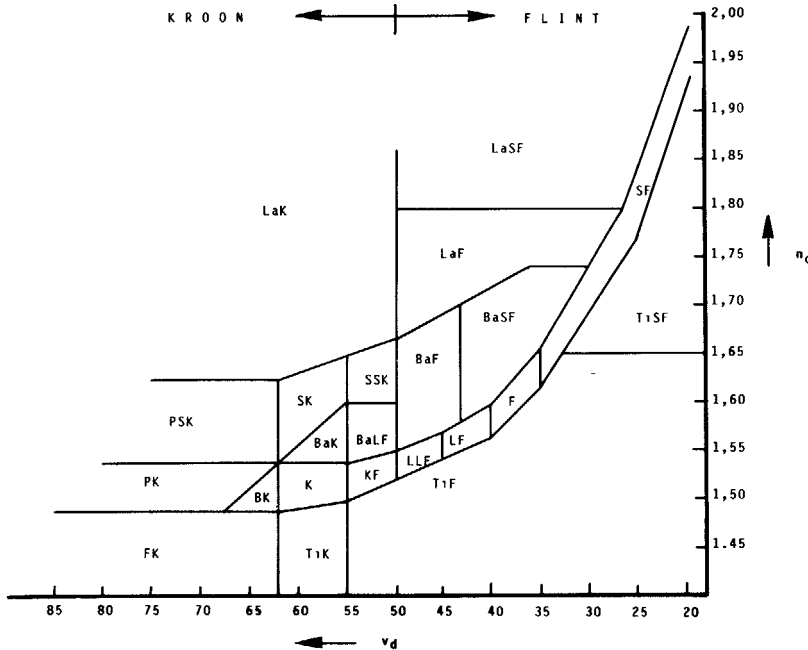
hoogbrekend, lage dispersie:

LaF 28 $n_d = 1,773$ $v_d = 49,7$

hoogbrekend, hoge dispersie:

SF 59 $n_d = 1,953$ $v_d = 20,4$

De aanduidingen FK 54, TiF 3, LaF 28 en SF 59 zijn afkomstig uit het grote aanbod van optische glazen (ca. 240) van de Fa. Schott. Er zijn wel meer fabrikanten van optisch glas, maar Schott heeft de grootste keuze en de meeste ervaring. De afkortingen staan resp. voor Fluor-Kron, TiefFlint, LanthaniumFlint en SchwerFlint. Het volgnummer geeft aan het hoeveelste glas het is van die soort.



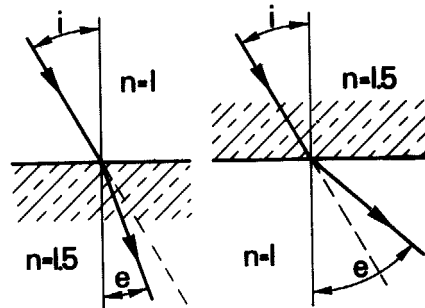
Figuur 3 Het overzicht van de glassoorten die de Fa. Schott aanbiedt

In figuur 3 is het scala van glassoorten te zien en tussen welke grenzen de brekingsindex en het Abbe-getal voorkomen. Min of meer arbitrair heeft Schott glassoorten met een Abbe-getal groter dan 50 Kroon-glaszen genoemd en die met een Abbe-getal kleiner dan 50 Flint-glaszen.

In plaats van deze benaming gebruikt men internationaal vaak een 6-digite code. Hierbij stellen de eerste drie digits de eerste drie cijfers achter de komma voor van de brekingsindex en de laatste drie digits het Abbe-getal op een decimaal bij weglating van de komma. Deze code is dus berekend door gebruik te maken van de indices voor de d-, C- en F-lijn. Zodoende krijgen de bovengenoemde glassoorten de volgende 6-digite-code:
 FK 54-437907
 TiF - 548422
 LaF 28 - 773497
 SF 59 - 953204

Breking

Doordat het licht in het ene medium een andere snelheid heeft dan in een ander wordt het licht dat van het ene medium overgaat in het andere gebroken. Daarbij wordt als dat volgende medium optisch dichter is het licht naar de normaal toe gebroken, terwijl als dat volgende medium optisch minder dicht is van de normaal af gebroken. De normaal is de loodlijn op het oppervlak op de plaats waar de lichtstraal overgaat van het ene in het andere medium; zie ook figuur 4.

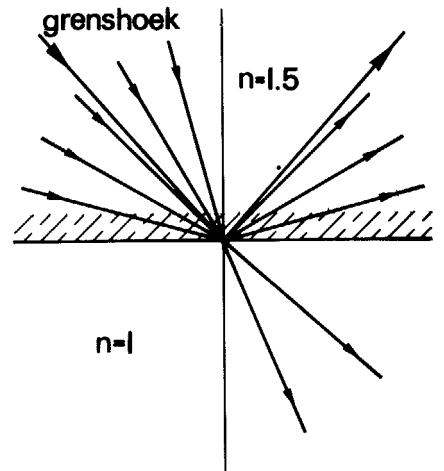


Figuur 4 De breking van licht aan een plat vlak; zie tekst voor de verklaring

De Nederlander Snellius ontdekte een wetmatigheid die naar hem genoemd is: de wet van Snellius. Deze zegt dat de sinus van de ongebroken hoek en de sinus van de gebroken hoek zich omgekeerd verhouden met de brekingsindices voor en na de overgang. In formulevorm ziet dit er als volgt uit:

$\sin i / \sin e = n' / n$
 Als de hoeken erg klein zijn en uitgedrukt worden in radialen dan geldt:
 $i/e = n' / n$
 In deze formule is:
 i = ongebroken hoek (hoek van inval)
 e = gebroken hoek (hoek van uitval)
 n = index voor breking
 n' = index na breking

Met deze formule kan dus de gebroken hoek worden berekend; deze is:
 $e = \arcsin(\sin i \cdot n/n')$
 of voor kleine hoeken
 $e = i \cdot n/n'$



Figuur 5 Het begrip grenshoek met betrekking tot inwendige reflectie, zie tekst voor de verklaring

Zoals bekend is de sinus van een hoek altijd groter of gelijk aan -1, of kleiner of gelijk aan 1. Toch zou uit de vorige formules kunnen lijken dat bij een gegeven grote invalshoek, bij een overgang van een optisch dicht naar een optisch minder dicht medium, en een voldoende groot verschil tussen de indices, er een sinus e uit kan volgen die groter is dan 1 of kleiner is dan -1.

In dat geval treedt er een zogenaamde *inwendige reflectie* op. Het licht kan dan niet uit het medium treden maar wordt hierin teruggekaatst; zie figuur 5. Uit het voorgaande is duidelijk dat de hoek waarbij inwendige reflectie optreedt, de grenshoek i genoemd, afhankelijk is van het verschil in brekingsindex tussen de media. Deze grenshoek is dan gelijk aan.

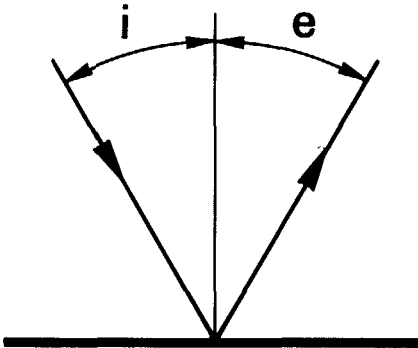
$i = \arcsin(n/n')$
 Is het een glas-lucht overgang dan geldt dus: $1 = \arcsin(1/n')$

Van dit reflectiefenomeen wordt vaak gebruik gemaakt, met name in prisma's, waar later nog op terug wordt gekomen.

Voor reflecterende vlakken geldt de reflectiewet, die als volgt luidt: hoek van inval is gelijk aan de hoek van uitval; zie figuur 6. Of in formule geschreven:
 $i = e$

Omdat het medium na reflectie hetzelfde is als voor de reflectie is er geen effect zoals breking. Dat betekent dus dat er geen afhankelijkheid is van de golflengte.

Met deze twee wetten, de brekingswet en de reflectiewet, kunnen nagenoeg alle optische componenten en/of systemen worden doorgerekend. Er zijn uitzonderingen; hierop zal in een van de latere afleveringen worden ingegaan



Figuur 6 De wet van reflectie. hoek van inval is hoek van uitval

Dat het geen eenvoudige zaak is om optische systemen met behulp van deze twee wetten door te rekenen zal eveneens in een van de volgende afleveringen blijken.

De werking van optische componenten

Alvorens kan worden ingegaan op de werking van optische componenten moeten eerst enkele afspraken gemaakt worden.

Ten eerste wordt bij het bepalen van de stand van een beeld ervan uitgegaan dat het wordt bekeken tegen de richting in waarin zich de lichtstralen bewegen. Zo'n beeld kan natuurlijk gewoon recht op staan, maar kan ook omgekeerd zijn. Ook kunnen links en rechts verwisseld zijn of treden zelfs beide fenomenen tegelijkertijd op.

Ten tweede wordt een beeld reëel genoemd als het een echte afbeelding is. Het kan dus vastgelegd worden op een fotografische drager of op een videochip welke dan voor een elektromagnetische opslag zorgt. Is dat niet mogelijk, dus er ontstaat geen projecteerbaar beeld, dan noemen we dit een virtueel beeld.

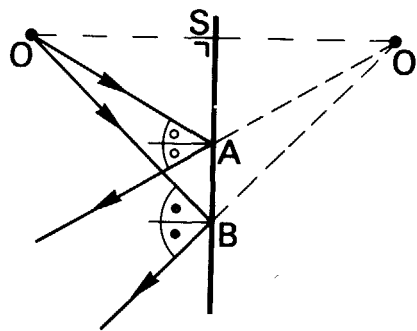
Vlakke spiegels

Voor een vlakke spiegel staat een object punt O ; zie figuur 7. Er moet bepaald worden waar het gereflecteerde beeld van dat object wordt afgebeeld. Daartoe worden vanuit het object twee willekeurige stralen getekend die de spiegel treffen. Dit zijn de stralen OA en OB . Op de plaats waar deze de spiegel treffen wordt de reflectiewet toegepast. We zien dat deze stralen zich ook na de reflectie verder van elkaar verwijderend voortplanten. Trekken we deze stralen door, dan zien we dat er een snijpunt ontstaat achter de spiegel. Dit snijpunt is de afbeelding O' van het object O . Het beeld is niet projecteerbaar want het bevindt zich achter de spiegel, dus het is een virtueel beeld.

Natuurlijk is het wenselijk te weten waar dan dit beeld ligt. Daartoe trekken we vanuit punt O een loodlijn op de spiegel. Deze loodlijn treft deze spiegel in punt S . Deze loodlijn kan ook beschouwd worden als een van die willekeurige lijnen. Dus als deze loodlijn doorgetrokken wordt snijdt deze de andere stralen ook in punt O' . De lijn OS mag natuurlijk doorgetrokken worden omdat bij een loodrechte inval de gereflecteerde straal samenvalt met de invalstraal. Hieruit kan de volgende regel worden afgeleid.

Bij een vlakke spiegel wordt een object O virtueel afgebeeld in punt O' waarbij dit punt ligt op de loodlijn vanuit O op de spiegel. De afstand van de spiegel tot het beeld O' is gelijk aan de afstand die het object O voor de spiegel ligt.

In de techniek worden wel eens draaiende spiegels toegepast. Als een spiegel verdraaid wordt verandert de hoek van inval met de zelfde hoek als die waarover de spiegel verdraaid wordt. Dat betekent dus ook dat de uitvalshoek eveneens met deze verdraaiingshoek toe- of afneemt. Het resultaat is dat een straal, die gereflecteerd wordt van een verdraaide spiegel, de dubbele verdraaiingshoek van richting wordt veranderd.



Figuur 7 De constructie van een beeld aan een vlakke spiegel

De in het dagelijkse leven in gebruik zijnde vlakke spiegels hebben, in tegenstelling tot optische spiegels, de reflecterende laag aan de achterzijde van een glasplaat. De voorkant van deze glasplaat reflecteert echter ook, zij het een klein deel van het licht. Hierdoor ontstaan bij deze spiegels zogenaamde dubbelbeelden, waar later dieper op wordt ingegaan.

Holle en bolle vlakken

Vlakken die zuiver bolvormig zijn worden sferische vlakken genoemd. Een sfeer heeft een bepaalde radius die kromtestraal wordt genoemd. Het middelpunt van deze straal heet kromtemiddelpunt. Over het algemeen wordt

door het kromtemiddelpunt een hartlijn getrokken. Deze hartlijn wordt de optische as genoemd. De plaats waar deze as het sferische vlak snijdt heet de top, ofwel vertex.

In beginsel wordt ervan uitgegaan dat de afmetingen van de bolvormige vlakken zeer klein zijn in verhouding tot de kromtestraal, omdat er in dat geval nog geen sprake is van afbeeldingsfouten, iets waar in een van de volgende afleveringen uitgebreid op zal worden ingegaan. Omdat de spiegels en de later te behandelen lenzen zo klein zijn gebeurt de beeldvorming zeer dicht bij de optische as. In dit gebied zijn de hoeken zeer klein zodat aangenomen mag worden dat de sinus en de tangens van hoeken, uitgedrukt in radialen, gelijk zijn aan de hoek zelf en de cosinus van die hoeken gelijk is aan 1. Ook mag worden aangenomen dat de pijlhoogte – de hoogte tussen koorde en top – gelijk is aan nul. Dit gebied rond de optische as wordt het paraxiale gebied genoemd en de berekeningen heten dan ook paraxiale berekeningen.

Reflectie aan een holle spiegel

Voor een reflectie aan een holle of bolle spiegel geldt natuurlijk de reflectiewet. De normaal bij een zuiver sferisch vlak is de kromtestraal, die getrokken wordt door het doorstootpunt of trefpunt aan het sferische oppervlak.

De lichtstraal die van het object komt kan evenwijdig aan de optische as binnen komen, maar kan er ook een hoek mee maken. Als een object op de optische as ligt, al of niet in het oneindige, wordt er gesproken van een axiale afbeelding.

In figuur 8 is het stralenverloop aan een holle spiegel weergegeven. Hierin zijn twee stralen getekend, een voor een nabij object op de optische as, de andere voor een object op oneindig.

Hierbij geldt het volgende:

C = kromtemiddelpunt

O = object

s = afstand van object tot top spiegel

O' = beeld

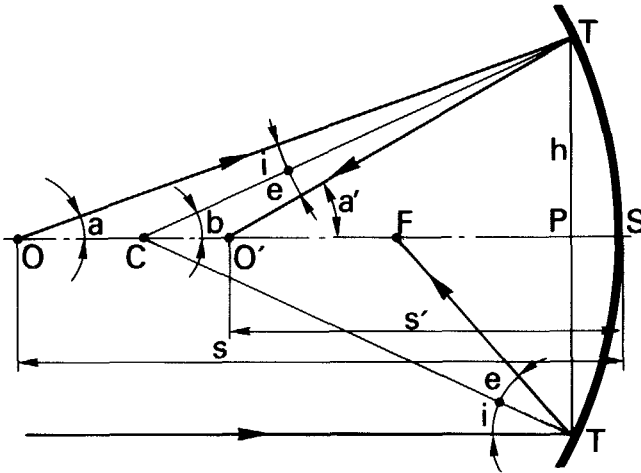
s' = afstand van beeld tot top spiegel

h = invalshoogte

F = brandpunt

PS = pijlhoogte

Of het beeld dat gevormd wordt reëel of virtueel is kan worden onderzocht door te berekenen waar dit beeld gevormd wordt. Net als dat het geval is bij de vlakke spiegel worden ook hier twee stralen getekend. Doordat het object op de optische as staat en deze as loodrecht op het sferische oppervlak staat wordt het object dat zich op de optische as



Figuur 8 Het stralenverloop aan een holle spiegel; zie tekst voor de verklaring

bevindt ook weer op de optische as geprojecteerd. Vanuit het object wordt een straal getekend naar de spiegel. Deze straal treft de spiegel in punt T en heeft dan t.o.v. de optische as een invalshoogte h. Met behulp van de vlakke meetkunde kunnen de volgende vergelijkingen worden opgesteld:

$$\sphericalangle b = \sphericalangle a + \sphericalangle i, \text{ en}$$

$$\sphericalangle a' = \sphericalangle b + \sphericalangle e$$

Volgens de reflectiewet geldt: $i = e$, dus:

$$\sphericalangle a + \sphericalangle a' = 2\sphericalangle b$$

Verder geldt: $\tan a = h / OP$
 $\tan b = h / CP$
 $\tan a' = h / O'P$

Uitgaande van het paraxiale gebied wordt dus aangenomen dat de tangenten van de hoeken gelijk zijn aan de hoeken zelf. Daarbij geldt tevens dat de pijlhoogte PS gelijk is aan nul. Er geldt dan dus:

$$\sphericalangle a = h / OS$$

$$\sphericalangle b = h / CS$$

$$\sphericalangle a' = h / O'S$$

Dus geldt ook:

$$1/OS + 1/O'S = 2/CS$$

Het beeld ligt voor de spiegel. Het kan geprojecteerd en vastgelegd worden op een fotografische plaat of videochip, dus is de afbeelding reeel.

Als punt O in het oneindige ligt is de hoek a gelijk aan nul. Omdat dan $1/OS$ nul wordt is dus $1/O'S$ gelijk aan FS , en die is weer gelijk aan $CS/2$.

Deze afstand FS wordt de *brandpuntsafstand* genoemd.

Anders gezegd: de brandpuntsafstand is gelijk aan de afstand van het brandpunt tot die plaats waar de beeldvormende lichtkegel dezelfde afmetingen heeft als de intredende bundel.

Dit laatste lijkt logisch omdat er in dit geval sprake is van één spiegel. Bij samengestelde systemen geldt deze definitie echter ook.

Omdat $CS/2$ de helft is van de kromtestraal geldt dus voor een spiegel:

$$f = R / 2$$

Als het bovenstaande in de vorige formule wordt gesubstitueerd volgt hieruit:

$$1/s + 1/s' = 1/f$$

Een object kan, zoals eerder werd gezegd ook buiten de optische as liggen. In dat geval wordt gebruik gemaakt van een secundaire as ook wel bij-as genoemd. Deze secundaire as wordt getrokken door het object en het kromtemiddelpunt. Voor het overige worden dezelfde regels toegepast als in het voorgaande is beschreven.

Op deze manier kan worden aangetoond dat in het paraxiale gebied een object dat loodrecht op de optische as staat ook weer loodrecht op deze optische as wordt afgebeeld.

De vergrotingsmaatstaf

De vergrotingsmaatstaf is de verhouding tussen de grootte van de afbeelding en de grootte van het originele object.

De grootte van de afbeelding is afhankelijk van de ligging van het object en de brandpuntsafstand van de spiegel.

In figuur 9 is voor het paraxiale gebied de secundaire as getekend. De boogjes OP, O'P' en FF' mogen daarom gezien worden als rechte lijntjes. De cirkelsectoren zijn dan dus driehoeken.

In deze figuur is te zien dat het origineel OP afgebeeld wordt als O'P'. De vergrotingsmaatstaf, ook wel β genoemd, is dus:

$$\beta = O'P'/OP$$

Dit willen we echter uitdrukken in de vooraf bekende waarden s en f.

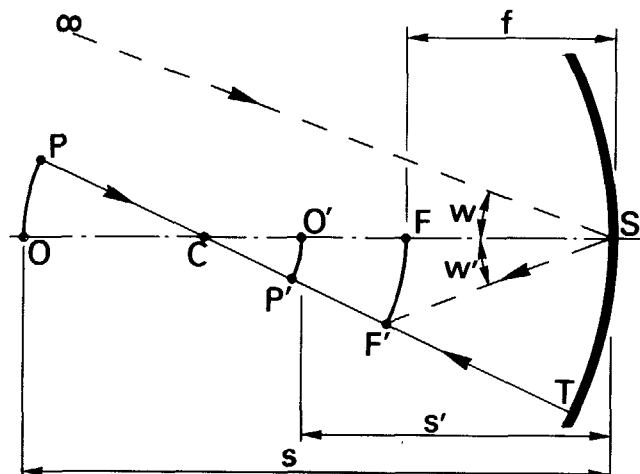
Allereerst wordt berekend waar de afbeelding, dus de plaats van O', ligt. Deze afstand s' volgt uit de formule $1/s + 1/s' = 1/f$, dus:

$$s' = \frac{1}{1/f - 1/s}$$

Doordat de driehoeken OPC en O'P'C gelijkvormig zijn geldt ook:

$$\beta = \frac{O'P'}{OP} = \frac{CS - O'S}{OS - CS}$$

Dit kan worden uitgedrukt in f, s en s', dus:



Figuur 9 De vergrotingsmaatstaf van een object op eindige afstand en de angulaire afbeeldingsgrootte bij objecten op oneindige afstand

$$\beta = \frac{2f-s'}{s-2f}$$

De formule $1/s + 1/s' = 1/f$ wordt herleid naar f , waaruit volgt:

$$f = \frac{s \cdot s'}{s+s'}$$

Wordt dit weer in de voorgaande formule gesubstitueerd en vereenvoudigd, dan is dus:

$$\beta = s'/s$$

Ligt het object in het oneindige dan zou β gelijk worden aan nul hoewel er wel degelijk sprake is van een afbeelding. Bij een oneindig object wordt er daarom niet gesproken van een vergrotingsmaatstaf maar van een angulaire afbeeldingsgrootte.

Uit het voorgaande is bekend dat een object dat in het oneindige ligt in het brandpunt wordt afgebeeld. Dit geldt ook voor objecten buiten de optische as, zodat dus het brandvlak ontstaat.

Stel dat de invallende hoek van het object gelijk is aan w . De reflecterende hoek is gelijk aan $w' = w$. Dan blijkt uit de figuur dat:

$$FF' = f \cdot \tan w$$

Bij kleine hoeken (bijvoorbeeld bij astronomische instrumenten) mag worden gesteld:

$$FF' = f \cdot w \quad (w \text{ in radialen})$$

De angulaire afbeeldingsgrootte h_w is dus - gemiddeld genomen voor $1^\circ - h_w = f/57,29^\circ$

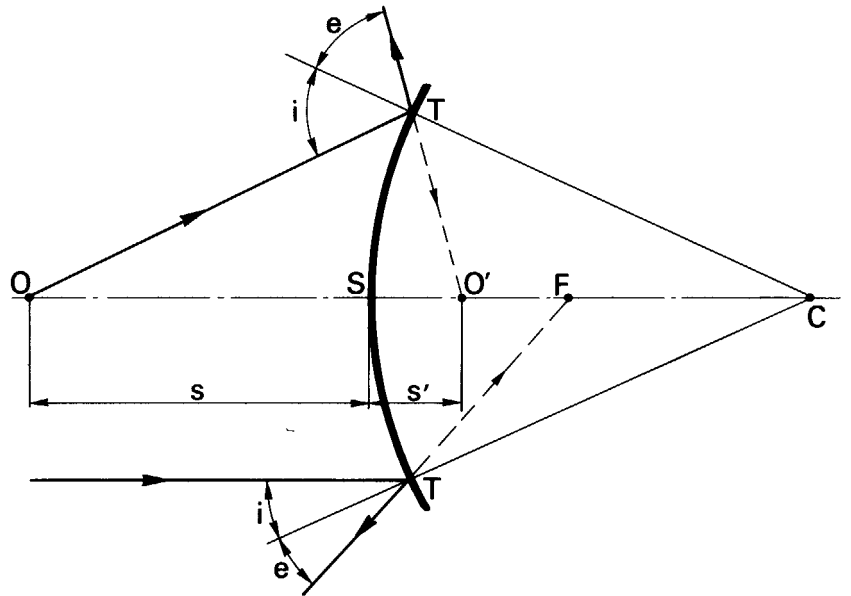
Reflectie aan een bolle spiegel

Het verloop van de stralengang aan een bolle spiegel kan op dezelfde wijze worden opgezet als voor een holle spiegel; zie figuur 10.

Omdat echter, in tegenstelling tot de holle spiegel, een evenwijdig aan de optische as binnenvallende lichtstraal naar buiten wordt gereflecteerd ligt het snijpunt van deze gereflecteerde straal met de optische as achter de vertex van de bolle spiegel. Dat betekent dus ook dat het brandpunt achter de spiegel ligt. Om deze reden wordt dan ook een bolle spiegel aangeduid met een negatieve brandpuntsafstand. Omdat de afbeelding niet vastgelegd kan worden is de afbeelding dus virtueel.

De constructie van afbeeldingen

Het construeren van de afbeelding aan holle en bolle spiegels is zeer eenvoudig. Er wordt gebruik gemaakt van de eigenschappen dat een straal die even-



Figuur 10 Het stralenverloop aan een bolle spiegel

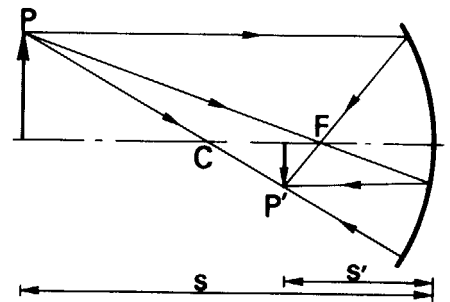
wijdig aan de optische as loopt na reflectie door het brandpunt gaat, en dat een straal die door het kromtemiddelpunt gaat ook na reflectie weer door het kromtemiddelpunt gaat.

Afbeelding aan holle spiegel

In figuur 11 is de constructie weergegeven van een object aan een holle spiegel. Dit object staat op een afstand tussen oneindig en het kromtemiddelpunt. Vanuit het object wordt een straal evenwijdig aan de optische as naar de spiegel getrokken. Deze wordt gereflecteerd en gaat door het brandpunt. Vervolgens wordt ook een straal door het kromtemiddelpunt naar de spiegel getekend. Deze straal wordt, omdat deze loodrecht op het spiegeloppervlak staat, weer samenvallend teruggekaatst. Het snijpunt van deze twee gereflecteerde stralen is de plaats waar de afbeelding ontstaat. Er kan ook nog een straal vanuit het object door het brandpunt naar de spiegel getekend worden. Deze wordt dan evenwijdig aan de optische as gereflecteerd en snijdt eveneens dit snijpunt.

Het object wordt dus voor de spiegel afgebeeld en is dus reëel. Bij deze afbeelding is de afstand tot de afbeelding s' kleiner dan de objectafstand s . Dat betekent dus dat de vergrotingsmaatstaf kleiner is dan 1.

Naarmate het object naar de spiegel toe geschoven wordt, de afstand s wordt dus kleiner, neemt de afstand s' waar het beeld gevormd wordt steeds toe. Op het moment dat het object in



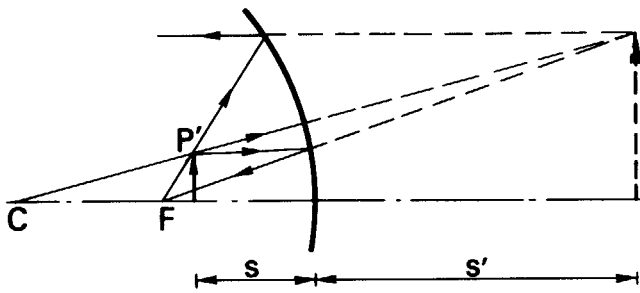
Figuur 11 De constructie van een beeld aan een holle spiegel; hierbij staat het object verder weg dan de kromtestraal van de spiegel, echter nog niet in het oneindige.

het kromtemiddelpunt staat is de afstand tot de afbeelding evengroot als de objectafstand. Dat betekent dus dat de afbeelding en object even groot zijn; de vergrotingsmaatstaf is dus gelijk aan 1.

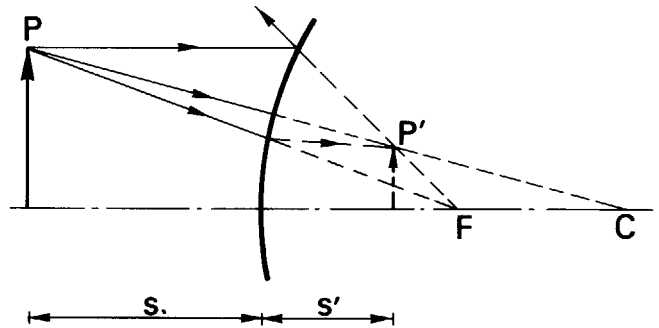
Wordt het object nog dichter naar de spiegel toegeschoven dat wordt de beeldafstand s' groter dan de objectafstand s . Bij deze situatie is de afbeelding dus groter dan het object en is de vergrotingsmaatstaf dus groter dan 1.

Staat het object in het brandpunt, dan staat de afbeelding in het oneindige en is er dus geen sprake van een afbeelding is de ware zin van het woord.

Wordt de afstand van het object tot de spiegel nog verder verkleind, dan ontstaat de situatie zoals die geschetst is in figuur 12. In dat geval is er geen reeel



Figuur 12 De constructie van een beeld aan een holle spiegel, hierbij het brandpunt en de spiegel



Figuur 13 De constructie van een beeld aan een bolle spiegel

beeld meer maar wordt het object virtueel achter de spiegel afgebeeld. Uit figuur 12 kunnen we afleiden dat naarmate het object naar de spiegel toegeschoven wordt de vergrotingsmaatstaf steeds meer tot 1 nadert. Deze toepassing is bekend als de scheerspiegel.

Afbeelding aan bolle spiegel

In figuur 13 is de constructie weergegeven van een object aan een bolle spiegel; hierbij is de constructie identiek aan die bij een holle spiegel. Ook hier worden stralen evenwijdig aan de optische as, door het kromtemiddelpunt en door het brandpunt getekend. Het blijkt echter dat bij deze spiegel alle beelden achter de spiegel liggen en dus alle virtueel zijn. In tegenstelling tot de holle spiegel zijn er geen bijzonderheden ten aanzien van de ligging van het object. Uit figuur 13 kunnen we afleiden dat naarmate het object dichter naar de spiegel toeschuift ook de virtuele afbeelding steeds meer naar de spiegel toeschuift. Hierbij geldt hetzelfde als bij de holle spiegel, namelijk dat als het object tegen de bolle spiegel staat de vergrotingsmaatstaf gelijk is aan 1. Bij alle overige afstanden is dus altijd de vergrotingsmaatstaf kleiner dan 1. Bij een afstand op oneindig zou deze gelijk zijn aan nul; dit is dan weer een angulaire afbeeldingsgrootte.

Asferische spiegels

Spiegels die niet sferisch of rotatiesymmetrisch zijn worden asferisch genoemd. De meest bekende asferische spiegels zijn wel de cilinderspiegels. Naast deze zijn er ook rotatiesymmetrische asferische spiegels. Dit zijn o.a. de parabolische, hyperbolische en elliptische spiegels, die in hoofdzaak worden toegepast in astronomische instrumenten.

Het verschil tussen deze laatste spiegels en de sferische spiegels is als volgt te omschrijven. Een sferische spiegel heeft één brandpunt, de overige spiegels hebben twee brandpunten. Een van deze brandpunten ligt op dezelfde

plaats als dat het geval is bij een sferische spiegel. De ligging van het andere brandpunt hangt af van de soort spiegel. Bij een parabolische spiegel ligt dat andere brandpunt in het oneindige, bij

een hyperbolische ligt dit virtueel achter de spiegel en bij een elliptische ligt het reeel vóór de spiegel. Over deze spiegels wordt in een volgende aflevering meer gepubliceerd.

Programma

[LIST

```

10 REM REFLECTIE AAN HOLLE
20 REM EN BOLLE SPIEGELS
30 REM
40 INPUT "BRANDPUNTSAFSTAND SPIEGEL (BOL=-) ",S
50 IF F > < 0 THEN 90
60 PRINT "BRANDPUNTSAFSTAND KAN NIET NUL ZIJN"
70 PRINT
80 GOTO 40
90 INPUT "AFSTAND TOT OBJECT ",S
100 IF S = F THEN 300
110 IF S = 0 THEN 330
120 S1 = 1 / (1 / F - 1 / S)
130 V = S1 / S
140 PRINT
150 PRINT "HET BEELD LIGT OP ";S1
160 IF S1 > 0 THEN PRINT "HET IS EEN REEEL BEELD "
170 IF S1 < 0 THEN PRINT "HET IS EEN VIRTUEEL BEELD "
180 PRINT
190 PRINT "DE VERGROTING IS ";V;" X"
200 PRINT
210 IF ABS (S) < 100 X ABS (F) THEN END
220 HOEK = 3.1415925436 / 180
230 AF = TAN (HOEK) X F
240 PRINT "OMDAT HET OBJECT ZO VER WEG STAAT KAN "
250 PRINT "ER BETER GESPROKEN KAN WORDEN VAN EEN"
260 PRINT "ANGULAIRE AFBEELDINGSMAATSTAF "
270 PRINT
280 PRINT "DEZE IS ",AF," PER GRAAD"
290 END
300 PRINT
310 PRINT " ER IS GEEN AFBEELDING"
320 END
330 PRINT
340 PRINT "HET OBJECT STAAT TEGEN DE SPIEGEL "
350 PRINT "DAARDOOR LIGT HET BEELD ER OOK TEGEN."
360 PRINT "DEZE AFBEELDING IS EVEN GROOT ALS HET"
370 PRINT "OBJECT EN IS VIRTUEEL."
380 END
    
```

Literatuur

- [1] OPTICS, Hecht, Addison Wesley Publishing Company
- [2] Fundamentals of Optics, F.A. Jenkins en H.E. White, McGrawhill Bookcompany
- [3] Technische Optik, G. Schroeder, Vogel Buchverlags
- [4] Bauelemente der Optik, H. Naumann, G. Schroeder, Carl Hanser Verlag
- [5] Inleiding in de Optica, A.C.S. van Heel, Martinus Nijhoff