

Mechanismen waarin wrijving een rol speelt

Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren (13)

P.C.J.N. Rosielle, E.A.G. Reker,
M.P. Koster

Wrijving

Wrijving is een algemeen bekend doch slecht begrepen fenomeen.

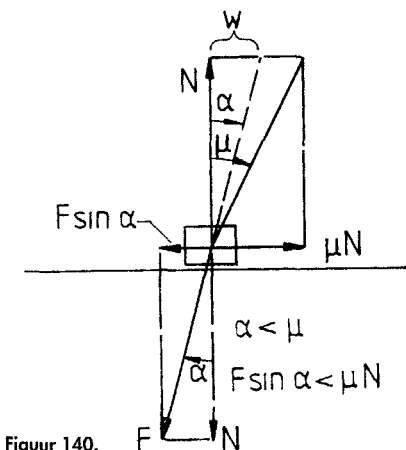
In mechanismen en constructies waaraan eisen betreffende de plaatsnauwkeurigheid zijn gesteld, zal men ernaar streven de wrijving zo klein mogelijk te houden wegens de daarmee samenhangende hysteresis. In de vorige twee afleveringen werden de hysteresis-arme, elastische constructies treft men aan in eerdere afleveringen.

Tribotechniek is het vak van het voorstellen van wrijving, slijtage en levensduur. Indien optredende slijtage een acceptabele levensduur oplevert, dan kan wrijving een heel nuttige toepassing vinden.

In het onderstaande wordt een aantal gevallen gegeven waarin de wrijving een karakteristieke rol speelt.

Wrijving zonder afgelegde weg betekent geen slijtage en onbepaalde levensduur. Dit geldt voor alle geklonken, geschroefde, geperste, gekrompen en geklemde delen.

Locale slip met virtuele speling, hysteresis en plaatsnauwkeurigheid zijn een gevaar; de vorige afleveringen gaven remedies en voorbeelden van toepassing bij nauwkeurige verstellingen.



Figuur 140.

Zelfremmendheid

Zelfremmendheid treedt op als in een mechanisme de som der krachten evenwicht maakt met een wrijvingskracht die zijn maximale waarde, $W = |\mu N|$, niet kan bereiken. Met andere woorden $\alpha = \arctg(|W|/N)$ valt binnen de wrijvingshoek, zie figuur 140.

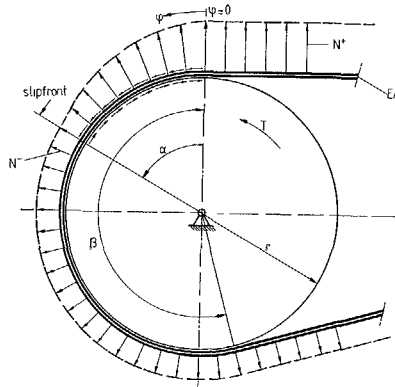
In aflevering 3 van jaargang 31 nr. 5 werd aangegeven tot welke problemen dit verschijnsel leidt in voorgespannen wormoverbrengingen.

Wrijving met kruip

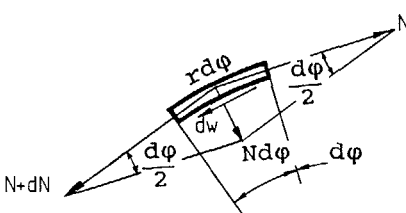
In figuur 141 is de elastische riem (EA) om een star wiel geslagen. Het wiel staat stil. In de riem heerst op elke plaats langs de omtrek de voorspankracht N .

Het wiel wordt op rotatie tegengehouden en aan één zijde wordt de trekkracht opgevoerd tot $N^+ > N^-$. (Attentie: met N^+ en N^- worden trekkrachten in de riem aangeduid en dus geen aanlegdruk op de poelie. Deze N is dus niet dezelfde N als in de paragraaf over "zelfremmendheid" is gebruikt.)

De elastische riem rekt daarbij verder



Figuur 141.



Figuur 142.

uit Er vindt microslip plaats: de riem schuift over het star veronderstelde wiel.

Nu wordt een belasting doorgeleid: $T/r = N^+ - N^-$

Daarbij is het slipfront gevorderd tot een hoek α , de zone $0 < \phi < \alpha$ in figuur 141 slipt.

Voor het slippende deeltje ($r d\phi$, figuur 142) geldt:

het evenwicht in tangentiële richting geeft

$$dW = -N + dN + N$$

$$dW = \mu N d\phi \quad (Nd\phi \text{ is de resultante in radiale richting van de riemtrek})$$

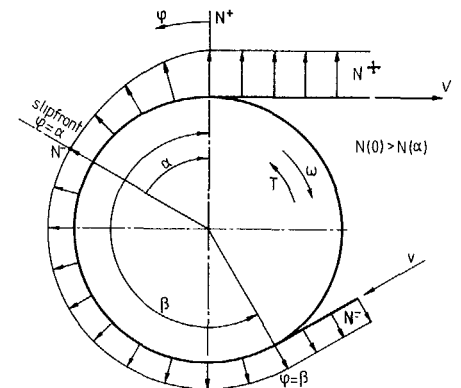
$$\mu \cdot d\phi = -dN/N, \text{ dus}$$

$$\mu \cdot \phi = -\ln N(\phi) + \ln N(0)$$

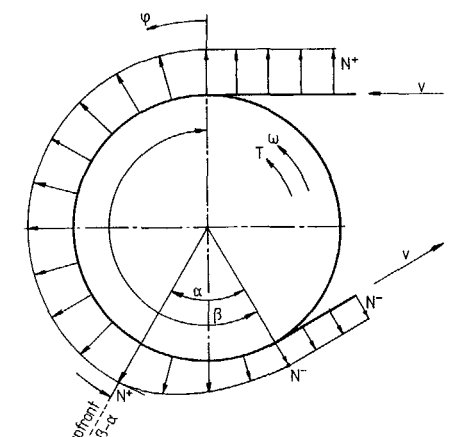
Invullen van de randvoorwaarden $N(\phi) = N^+$ en $N(0) = N^-$ geeft:

$$\mu \alpha = \ln N^+ + \ln N^- \text{ dus}$$

$$N^+/N^- = e^{\mu \alpha}$$



Figuur 143a.



Figuur 143b.

Mechanismen waarin wrijving een rol speelt

De beschouwing bij figuur 141 hadden wij ook kunnen beginnen met een tot N^+ opgespannen band, die na het leggen om het vaststaande wiel aan de zijde $\phi = \beta$ ontspannen wordt tot N^- . Er zou dan krimp in de band optreden, waarbij het slipfront zou beginnen bij $\phi = \beta$ en zou voortschrijden totdat de zone zich uitstrekte over een hoek α liggend tussen $\beta - \alpha < \phi < \beta$.

De plaats (α) van het slipfront is bepaald door de verhouding der trekkrachten en de wrijvingscoëfficiënt. In figuur 143a draait het aangedreven wiel rechtsom (ω). Laaggespannen band loopt bij $\phi = \beta$ het wiel op en neemt na het passeren van het slipfront ($\phi = \alpha$) aan de belastingsoverdracht deel.

In figuur 143b draait het aandrijvende wiel linksom (ω). Hooggespannen band loopt bij $\phi = 0$ het wiel op en neemt na het passeren van het slipfront ($\phi = \beta - \alpha$) aan de belastingsoverdracht deel. Uit de figuren 143a en 143b kan men derhalve de volgende conclusie trekken: *het slipfront loopt de draairichting tegemoet!*

Zodra α gelijk wordt aan de omspannen hoek β gaat de overmijdelijke *kruip* over in volle slip.

Bij een rem streeft men dit na; in een riemoverbrenging is dit niet de bedoeling.

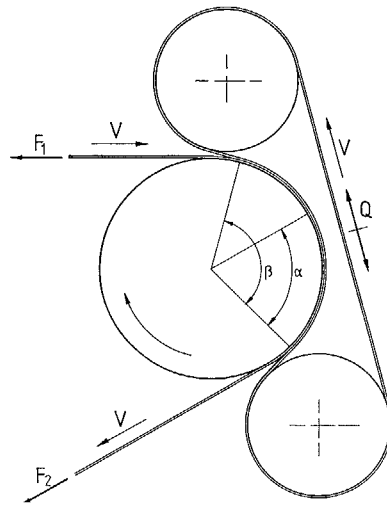
Als de overbrenging $\neq 1/1$ is, dan is op het kleine wiel de omspannen boog slechts met behulp van een omleidwiel groter te krijgen dan $\beta = \pi$ rad. De riem wordt dan naar twee zijden gebogen. In het algemeen is dit uit een oogpunt van vermoeiing van het bandmateriaal ongunstig

Als men een riem meermalen volgens een schroeflijn om een breed wiel zou slaan, dan loopt hij axiaal van het wiel af. Verhogen van de voorspankracht F_v , waarmee de wielen uit elkaar moeten worden gedrukt, helpt. Het over te brengen koppel is gelijk aan:

$$T = F_v r (e^{\mu\alpha} - 1) / (e^{\mu\alpha} + 1),$$

$$F_v = N^+ + N^-.$$

Een alternatief is dan figuur 144, waar de riem over een hoek β op het aange-



Figuur 144.

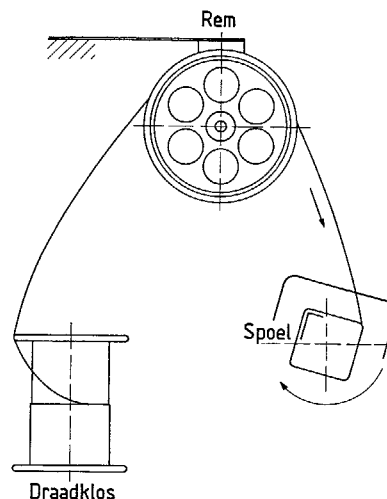
dreven wiel wordt gedrukt door een vrij meelopende, eindloze band met een trekkracht Q.

Dan geldt:
 $N^+ = N^- e^{\mu\alpha} + Q(e^{\mu\alpha} - 1).$
 Met de introductie van Q heeft men een nieuwe vrijheid om N^+ te kiezen, zelfs al zou $N^- = 0$ zijn.

$e^{\mu\alpha}$ speelt een rol bij bandremmen, daarop gebaseerde koppelingen en in Bowden-kabels.

Arbeidsopname in wrijving

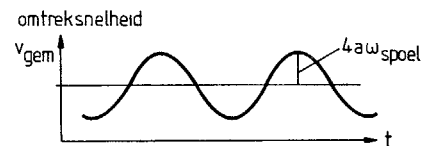
In arreteermechanismen wordt de kinetische energie van een bewegend lichaam bij het tot stilstand brengen opgenomen in elastische vervorming. Het verdient vaak aanbeveling deze energie in wrijvingswarmte om te zetten.



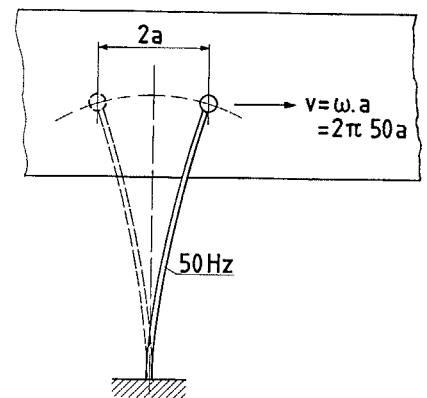
Figuur 145.

Ongedempte trilling, ondanks wrijving

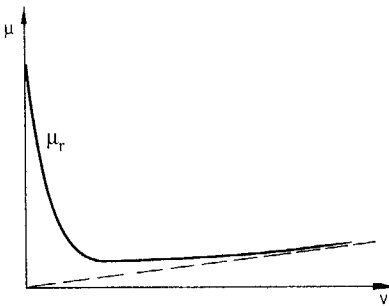
Bij de ontwikkeling van draadgevers was gestreefd naar een draadrem met snelheidsafhankelijke wrijvingscoëfficiënt. Bij het wikkelen van vierkante spoelen (waarbij op elke ribbe dus viermaal per omwenteling wat "extra" draad gevraagd wordt, zie figuur 145, trad een draadspanningsvariatie op met de verwachte frequentie $4\omega_{spoel}$ doch met een amplitude die factoren hoger lag dan op grond van draadmassa en draadversnelling verwacht kon worden. De oorzaak was resonantie van het massa-veersysteem gevormd door de massa van het remwiel (plus wat draadmassa) en de veerstijfheid van de in het geding zijnde lengte draad tussen de spoel en het remwiel. Wanneer deze eigenfrequentie gelijk was aan $4\omega_{spoel}$, ging de zaak volkomen ongedempt opslingeren. De verklaring hiervan is: Het remwiel loopt met een gemiddelde snelheid v_{gem} (zoals het bij het wikkelen van een ronde spoel zou lopen) met daarop gesuperponeerd een periodiek afwijking met frequentie $4\omega_{spoel}$. De snelheidsamplitude gesuperponeerd op v_{gem} is aanvankelijk kleiner dan de v_{gem} , zie figuur 146; het remwiel en daarmee het wrijvingsmoment keert niet van richting om; aan de trillingscomponent van de beweging wordt geen energie onttrokken; de beweging is ongedempt.



Figuur 146.



Figuur 147.



Figuur 148. Stribeck-kromme

De amplitude groeit totdat wel omkering optreedt. Dat is in figuur 146 het geval als de plaatsamplitude gelijk is aan $a = v_{gem} / (4\omega_{spoel})$.

Figuur 147 laat zien hoe men de snelheid van een transportband kan bepalen door het meten van de amplitude van een met 50 Hz trillend "kogeltje op een spriet" dat met zijn eigen gewicht op de band rust.

Een violist regelt op deze wijze de geluidssterkte (dat wil zeggen amplitude van de snaar bij een constante frequentie) met de snelheid van zijn strijkstok!

Stick slip

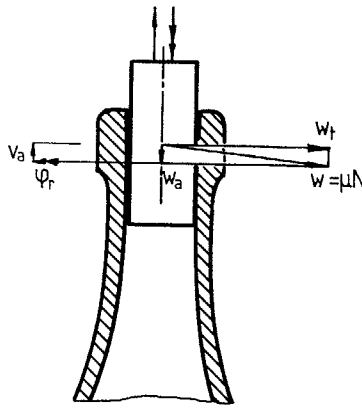
Systemen van het soort van figuur 147, zoals snaarinstrumenten, magneetband langs bandgeleiders en piepende deurscharnieren geraken in trilling als gevolg van het grote verschil tussen rustwrijving en glijdende wrijving dat optreedt bij ongesmeerde of grensge-smeerde systemen.

De Stribeck-kromme van figuur 148 toont het verloop van de wrijvingscoëfficiënt als functie van de glij-snelheid met een *scherpe afname bij kleine snelheden*.

Wrijving opheffen door slip in een andere richting

Het ontkurken van een fles lukt vaak beter door de kurk te roteren (ϕ , figuur 149), zodat de wrijvingskracht, maximaal gelijk aan $W = \mu N$, bijna tangentaal gericht staat en er in axiale richting nauwelijks wrijving overblijft.

Bekend is een balans, opgelegd op V-rollen volgens figuur 150. De as heeft veel wrijving in zijn oplegging. Door de V-rollen tegen elkaar in te draaien stelt de as zichzelf axiaal in op een middenstand vrij van de eindaanslagen. Analooft hieraan heft men bij servo-



Figuur 149.

schuiven de dode slag ten gevolge van axiale wrijving op door de schuif of een cilindervoering continu te laten roteren.

Tijdens het maken van een slipspoor geeft reeds de geringste dwarskracht onvermijdelijk een dwarsverplaatsing. Daardoor kan bijvoorbeeld een goed vlak maar niet al te vast gewikkelde rolband zijn vorm gemakkelijk verliezen als men er wat band aftrekt, terwijl de kern stilstaat.

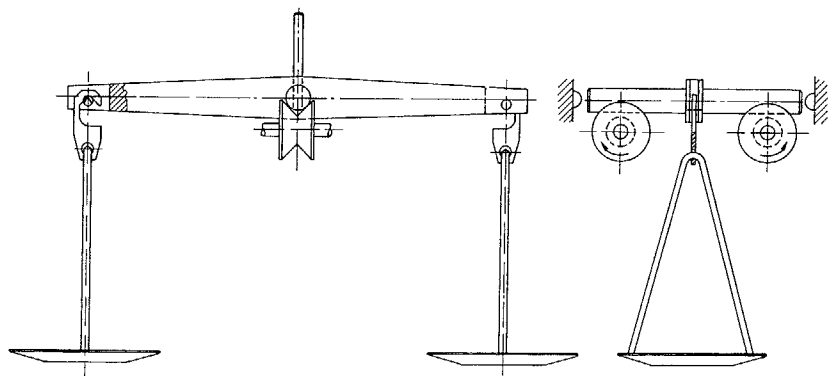
(Dat is de reden dat in audio-cassette-

recorders de band ook tijdens het snelspoelen toch met een zekere spanning opgewikkeld en dus aan afloopzijde geremd moet worden, ten koste van motorvermogen en batterijverbruik.) Omgekeerd kan men een slecht gewikkelde rol gemakkelijk vlak duwen terwijl hij in oploporichting slijpt.

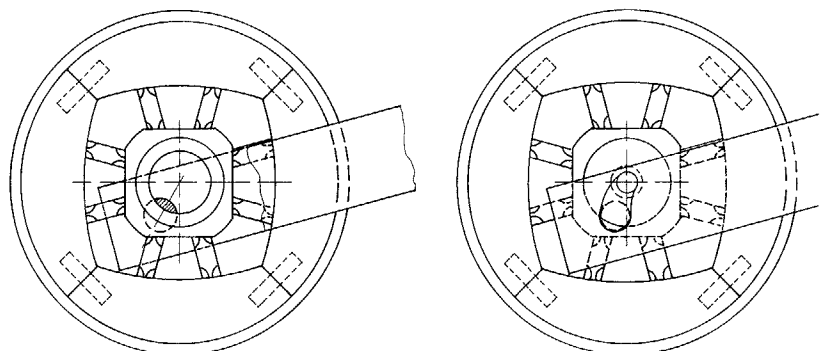
Onvermijdelijke slijtage daar laten ontstaan waar hij het minste kwaad kan.

Een mooi en oud (The Aeronautical Journal 1913) voorbeeld is de houten kruiwagen met het houten wiel en de stalen aspen. Als de pen vast zit in het wiel, dan slijten de astappen rondom af en het gat in de wagenbomen wordt een (steeds smaller!) slobgat. De zaak blijft goed functioneren, in belaste toestand zelfs spelingsvrij, tot uiteindelijk pen of boom doorbreekt, zie figuur 151.

Als de pen vast zit in de bomen, dan slijt hij alleen van onderen af, en wordt on-rond terwijl het gat groter wordt: de wrijving neemt toe(!) en het wiel gaat schokkerig lopen. Het principe is simpel: "het lichaam dat ten opzichte van de krachtsvector *met* roteert – dus de kruiwagen – moet het lichaam omhullen dat

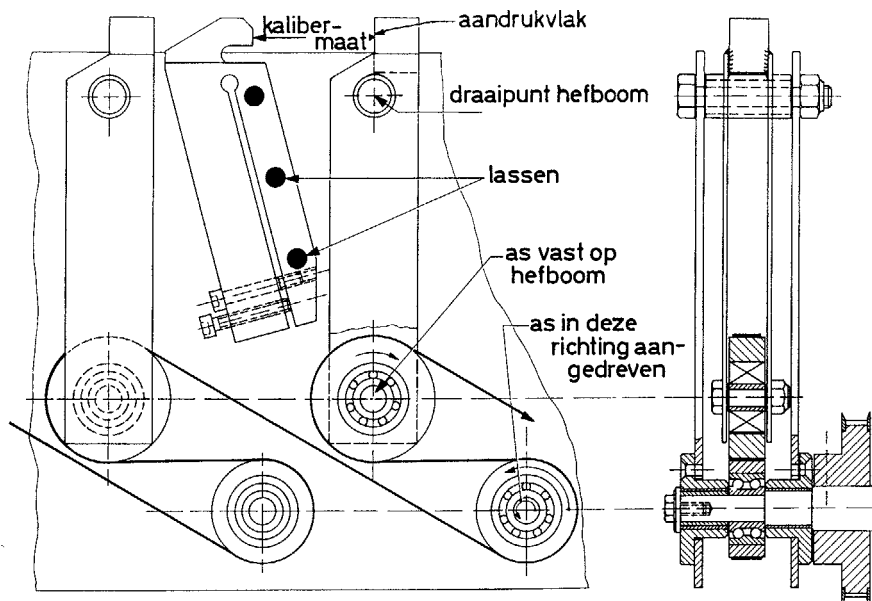


Figuur 150.



Figuur 151.

Mechanismen waarin wrijving een rol speelt



Figuur 152.

dat wel doet" dus het wiel. Als men dit principe eenmaal herkent ziet men dat er herhaaldelijk tegen wordt gezondigd.

Compensatie van wrijvingskrachten en -koppels

De vloerboender met twee tegen elkaar indraaiende borstels geeft hiervan een goed voorbeeld.

In een instelmal moesten arretlijsten met tientallen aanslagen nauwkeurig ingesteld worden door middel van plastische deformatie. De aanslagen moesten daartoe allemaal tegelijk met precies dezelfde kracht (circa 5.000 N) belast worden. De instelmal had voor elke aanslag een hefboom met een op kogellagers gelagerde poelie.

Een lange staalband werd nu telkens om zo'n poelie en om een vast opgestelde omkeerrol geleid, zie figuur 152. Bij trek op de band zou zo aan alle hefbomen even hard getrokken worden, ware het niet dat de wrijving in de kogellagers van de poelies en de omkeerrollen (met name in de afdichtingen daarvan) maakte dat de laatste hefboom minder kracht ondervond dan de eerste.

Als remedie werd gevonden de assen van de "vaste" kogellagers draaibaar op te stellen en ze (door middel van snaarschijven en een doorgaande snaar die tegelijk met de staalband werd aangehouden) iets sneller te laten draaien dan de erop gelagerde omlidrollen.

Zodoende ondervond de staalband ten

gevolge van de kogellagerwrijving afwisselend een remkoppel en een aandrijfkoppel en bleef de trekkracht voldoende constant.

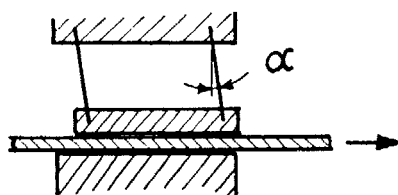
Voorbeelden van mechanismen waarin wrijving een rol speelt**Eenrichtingskoppeling en -rem**

In één richting zelfremmende constructies berustend op afrolling of elastische deformatie als geschetst in figuren 153a en b, worden veel gebruikt voor band- of draadopzet of als frictiepal in één richtingskoppelingen. Omdat zij zijn belast door een relatief lichte wrijvingskracht staan ze een relatieve beweging in één richting toe, maar blokkeren die in de tegengestelde richting. Ze hebben drie nadelen die afhankelijk van de gestelde eisen meer of minder zwaar wegen.

1. De klemming gaat gepaard met een indrukking van de contactoppervlak-



Figuur 153a.



Figuur 153b.

ken loodrecht op de raakvlakken. Wegens de hoek α (kleiner dan de wrijvingshoek) zal de stijfheid in de blokkeringsrichting al gauw te wensen overlaten zoals figuur 3 laat zien. Als namelijk c_y en c_h de respectievelijke contactstijfheden zijn dan geldt voor de stijfheid in de x-richting:

$$1/c_x = 1/(c_h \sin^2 \alpha) + 1/(c_y \tan^2 \alpha).$$

$\sin \alpha \approx \alpha$, $\tan \alpha \approx \alpha$ en $c_h = c_y = c_{\text{contact}}$ dus

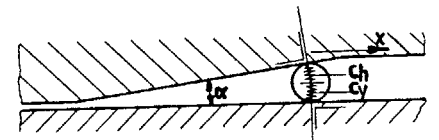
$$c_x = c_{\text{contact}} \alpha^2 / 2.$$

Bij $\alpha \approx 0,1$ rad: $c_x = 5 \cdot 10^{-3} \cdot c_{\text{contact}}$

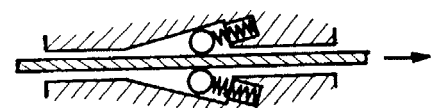
Een vrijloopp koppeling met cilinders of kluitvormige contactlichamen zoals in figuur 153a is dus in het algemeen niet zeer stijf en in principe ongeschikt voor nauwkeurige positioneringen.

2. Bij constructies als figuur 153b moet de kracht na het blokkeren bij de beweging in vrijloopp richting (ten gevolge van de genoemde relatieve verplaatsing) een hoge drempelwaarde overschrijden eer ze op de genoemde lage waarde terugvalt. Dit bezwaar is geheel ondervangen door constructies als gegeven in figuren 153d, e en f.

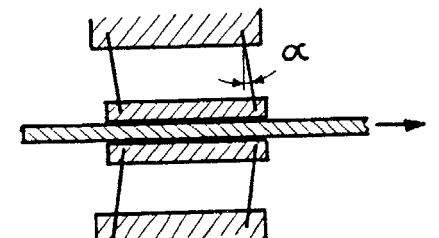
3. De optredende contactkrachten zijn relatief groot en groter naarmate α ($< \mu$, respectievelijk $< \mu/2$) moet worden gekozen.



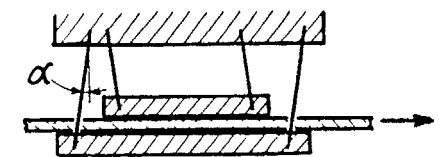
Figuur 153c.



Figuur 153d.



Figuur 153e.



Figuur 153f.

Zelfremmendheid bij starre oplegvlakken

Wrijving heeft ongunstige invloed op de nauwkeurigheid waarmee men voorwerpen kan positioneren op oplegpunten of tegen aanslagen. De normaalkracht N in een oplegpunt wordt door de wrijving in de andere oplegpunten op onbekende en onvoorspelbare wijze vergroot of verkleind binnen de uiterste grenzen $N + |W|$ en $N - |W|$. Dit leidt tot een onbepaaldheid van plaats (=virtuele speling!) $s_v = 2|W|/c$ waarin c de oplegstijfheid is. Als $|W| > N$ zou worden is het mogelijk dat de gewenste positionering helemaal niet meer tot stand komt: de situatie is zelfremmend geworden en het betrokken steunpunt wordt niet geraakt. In het bijzonder in zich herhalende situaties, bijvoorbeeld bij het bedienen van meetopstellingen of in industriële fabricage of montage, zal zo'n grote afwijking niet veel voorkomen omdat hij snel opvalt en zo mogelijk verholpen zal worden door gepast lijkende maatregelen.

Men zal bijvoorbeeld het object éérs op de "dubieuze" oplegpunten laten aanliggen, vervolgens daarover iets verschuiven tot ook de andere aanslagen contact maken en tenslotte de gewenste sluitkracht, vóórspanning of fixatie aanbrengen die het object in die stand gefixeerd houdt. De montagevoorschriften gaan daarin soms heel ver: het aanbrengen van sluitkrachtcomponenten (bijvoorbeeld aandrukveren) in een voorgeschreven volgorde en soms zelfs het periodiek even "lossen" van zo'n aandrukkracht zodat de erdoor veroorzaakte wrijving tijdelijk wegvalt. Men kan daarmee vér komen en vrij grote nauwkeurigheden halen. Andere bekende methodes zijn het opdrukken van microverplaatsingen waarbij de blokkering door de wrijvingskrachten momentaan verbroken wordt, bijvoorbeeld door een triller tegen de opstelling te drukken of simpelweg door ergens tegen het freem te kloppen. Weer een alternatief is het invoeren van – op zichzelf de positionering niet verstorende – relatief grote dwarsverplaatsingen in het wrijvingsvlak.

Een damschild, op zijn zijkant neergezet op twee cilindrische pennen zal

zich niet uitrusten, zie figuur 154. Draait men echter de pennen tegen elkaar in (uiteraard *zonder* ze tevens axiaal te verschuiven) dan "springt hij in de houding".

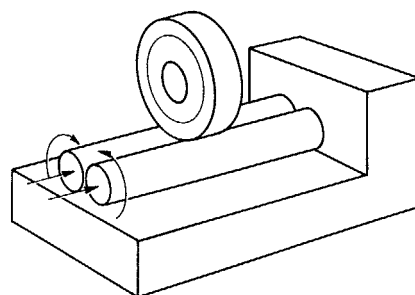
Bijna intuïtief voert men zulke "dwarsbewegingen" uit, bijvoorbeeld bij het plaatsen van een werkstuk in een opspanrichting. Een belangrijk neveneffect is het wegwerken van stof en vuil van de oplegvlakken; effectiever naarmate in dat vlak aan de stofdeeltjes regelmatig een uitwijkmogelijkheid geboden wordt.

Het grote gevaar van al deze oplossingen is dat ze een correcte positionering schijnen te geven, maar dit in feite niet doen. Ze garanderen *geen blijvende positieve* aanlegdruk in alle oplegvlakken. Na een kleine verstoring – bijvoorbeeld tengevolge van een verplaatsing door schok of stoot of door uitzettingsverschillen – treedt geen herpositionering op.

Stelt men dat als eis, omdat het tenslotte een voorwaarde is voor echt nauwkeurig positioneren, dan moet men een configuratie van oplegpunten en aandrukkracht kiezen die – ook bij ongunstige wrijvingscoëfficiënt – nog positieve aanlegdruk mogelijk maakt in alle oplegpunten, of men moet de wrijving elimineren.

Rollende oplegging

Het elimineren van de wrijving kan door het object in de oplegpunten op kogels te leggen die vrij kunnen rollen, door zelfs voor statisch positioneren gas of vloeistoflagers toe te passen die dan (minstens over de periode dat positionering verlangd wordt) van gas of olie van de gewenste druk worden voorzien, of door de aanslagen zijdelings slap te maken.



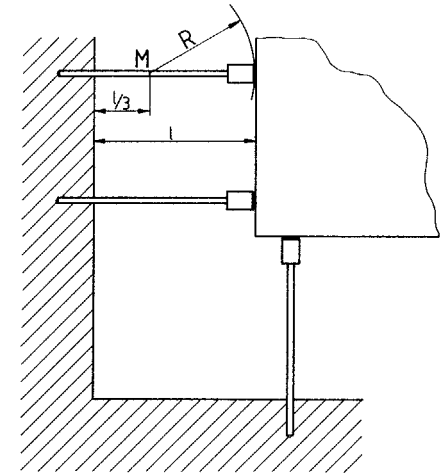
Figuur 154.

Zijdelings slappe aanslagen

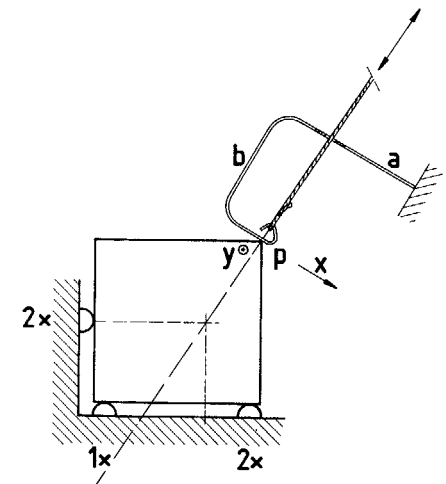
Deze kunnen onder andere worden verkregen door het tussenschakelen van (elastisch) scharnierende drukpennen. Een directe afsteuning op het kopse (iets afgeronde) vlak van een ingeklemde spriet of snorhaar is vaak een goedkope oplossing.

In de uitvoering van figuur 155 valt het middelpunt van het bolvormige oppervlak op 1/3 deel van de sprietlengte vanaf de inklemming. Dat is het punt waar de bol bij dwarskrachten in eerste instantie om draait, dus nu is er een compensatie voor axiale afwijkingen.

Verklaring: Beschouw de spriet als een ingeklemde balk met een dwarskracht D aan het vrije einde: zakking $y = D\ell^3/(3EI)$, helling $\phi = D\ell^2/(2EI) = 3y/(2\ell)$. Het bolmiddenpunt M verplaatst zich over $y-\phi R$ en dat is nul als $R = 2\ell/3$.



Figuur 155.



Figuur 156.

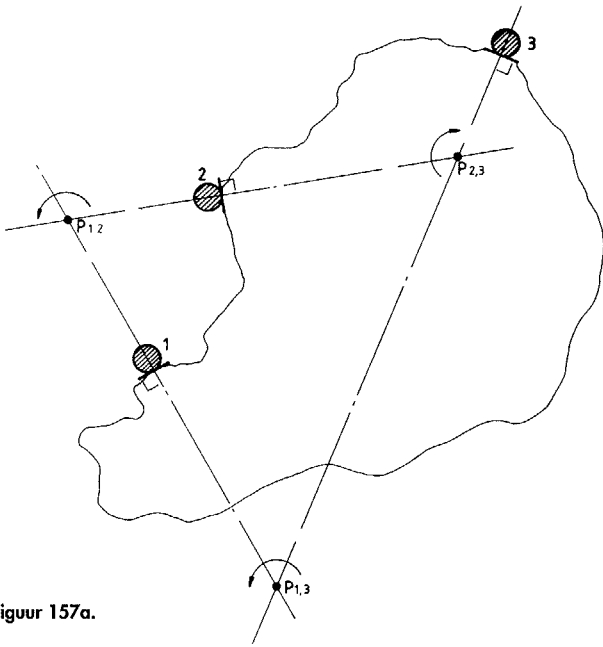
Mechanismen waarin wrijving een rol speelt

De dwarsverplaatsing y moet niet veel groter worden dan de draaddiameter d , want de axiale stijfheid neemt af volgens $c_{ax} = EA/(\ell(1+0,09y^2/d^2))$ - van de formule wordt de afleiding niet ge-

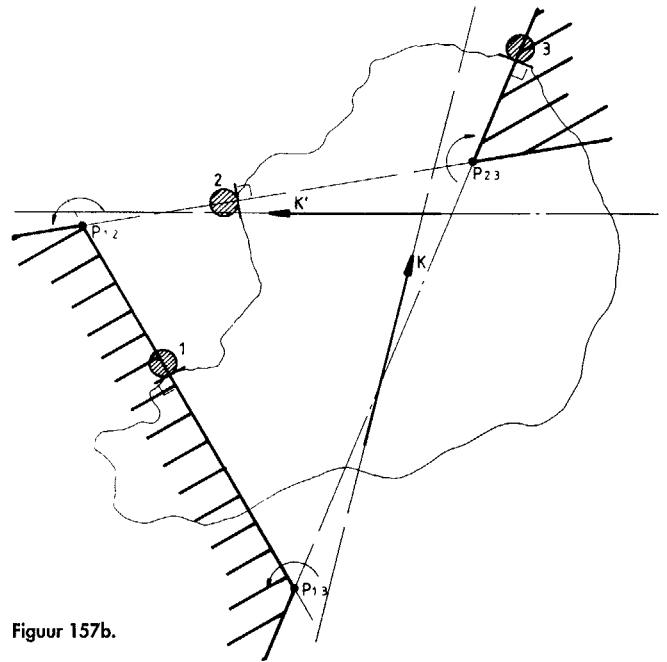
geven. Bij een uitwijking $y = 3,3 d$ is de stijfheid een factor 2 gedaald.

In de praktijk ziet men dit soort maatregelen (te) weinig toegepast. Zelfs is het vaak het geval dat de sluitkracht

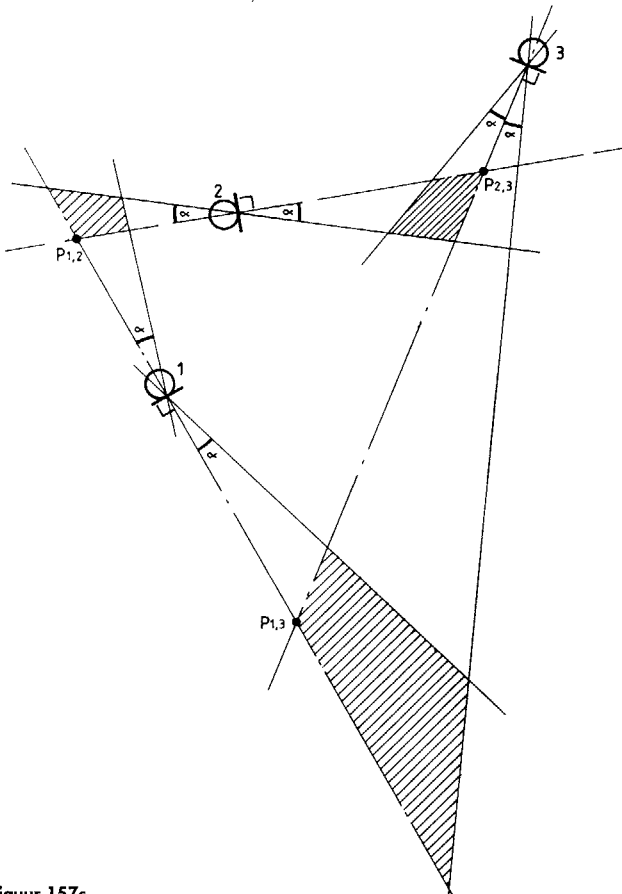
wordt verzorgd door een vlakke bladveer die volkomen onnodig een meestal heel ongewenste extra wrijvingscomponent geeft in het vlak van de veer zelf. Zo men al gewone opleg-



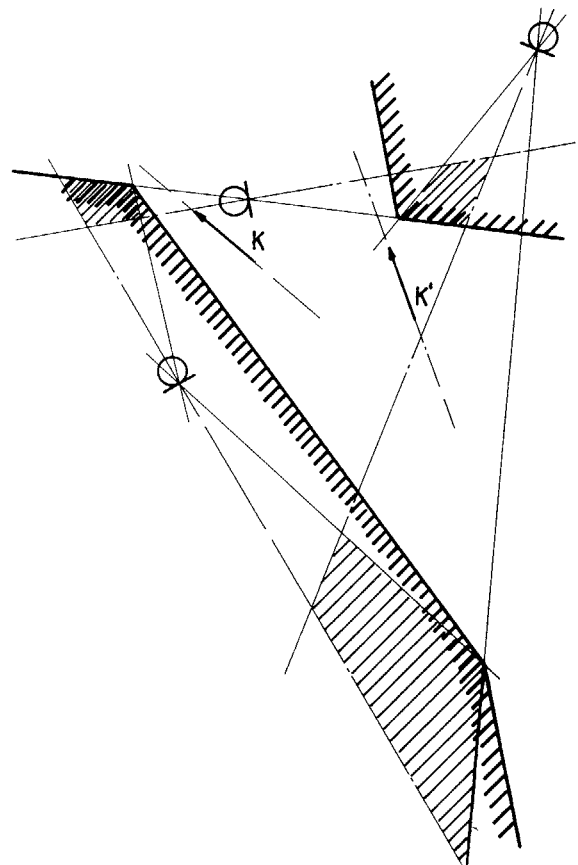
Figuur 157a.



Figuur 157b.



Figuur 157c.



Figuur 157d.

vlakken wil handhaven, dan verdient het toch zeker aanbeveling om tenminste de sluitkracht "zijdelings slap" te maken. De uitvoering van figuur 156 is in dit opzicht correct. Drukveren uit verenband of -draad moeten een bocht of knik hebben die een redelijk deel van het veermateriaal redelijk ver buiten het oorspronkelijke veervlak of buiten de hartlijn van de draad brengt.

In figuur 156 is de veer in het contactpunt P slap in x-richting door buiging van de veerstukken a en b en slap in y-richting door torsie in het veerstuk a (als de aandrukveer een vlakke bladveer was geweest, zou bij $\mu > 0,3$ herpositionering niet langer verzekerd zijn).

Wel moeten de zijdelings slappe aandrukveren en oplegpunten in bedrijfs-toestand redelijk op hun nominale plaats staan, zodat de door de vering geïntroduceerde dwarskracht (dwarsstijfheid maal dwarsverplaatsing) voldoende klein blijft.

Er zijn veel trucjes om dat te bereiken, bijvoorbeeld een "sluitveercenterende" sluitkrachtopheffer: in het simpelste geval desnoods slechts bestaande uit een trektoewtje in de juiste richting, zie figuur 156.

Ook alle eerder genoemde tijdelijk de wrijving verlagende middelen (dwarsverplaatsing, schokken, tikken en trillen) hebben het gewenste effect, nu echter tevens blijvende herpositionering garanderend.

Starre oplegvlakken met wrijving

Als men bij starre oplegvlakken met wrijving blijft moet men voor de gekozen configuratie van oplegpunten en sluitkracht verifiëren of herpositioneren onder alle omstandigheden gewaarborgd is.

Grafische methode

Achtereenvolgens wordt voor elke oplegpunt een kleine verwijdering opgedrongen, terwijl alle overige oplegpunten wel contact blijven maken. Voor de situatie waarbij een plat lichaam, dat wrijvingsloos in een plat vlak kan bewegen, wordt gepositioneerd op drie aanslagen in x, y en ϕ bestaat nu de volgende grafische methode.

1. Teken het lichaam en de drie aanslagen – figuur 157a.

2. Trek vanuit de drie aanslagen lijnen loodrecht op de omtrek van het lichaam daar ter plaatse.

3. Vind zo de drie rotatiepolen, bijvoorbeeld P_{12} , wat het punt is waarom rotatie moet plaatsvinden om het lichaam weer met oplegpunt 3 in contact te brengen als het daar even vanaf getild geweest zou zijn, terwijl in de punten 1 en 2 het contact gehandhaafd bleef.

4. Bepaal de rotatierichting om de pool nodig om het contact te herstellen – figuur 157a. Als de drie rotatierichtingen gelijk zijn dan is er een extern koppel nodig. Zijn de drie rotatierichtingen niet gelijk dan kan men positionering bereiken met een sluitkracht, aangrijpend binnen de betrokken geometrie. Bij een wrijvingscoëfficiënt $\mu=0$ voldoet dan namelijk iedere kracht die ten opzichte van elk van de drie polen een moment uitoefent in de richting passend bij de positionerende draairichting. Door deze voorwaarde wordt de richting van de positionerende kracht en het gebied waardoor de werklijn mag lopen in sterke mate beperkt. Indien de kracht blijft tussen de gearceerde grenzen van de "krachtentrichter" uit figuur 157b wordt aan deze voorwaarde voldaan.

5. Als er sprake is van een wrijvingscoëfficiënt ongelijk aan nul zullen nog verdere beperkingen worden opgelegd aan de positionerende kracht.

Daartoe gaat men als volgt te werk, zie figuur 157c.

In ieder oplegpunt is al de werklijn van de normaalkracht getrokken (de driehoek die ontstond was de pooldriehoek). Afhankelijk van de positionerende draairichting in ieder poolpunt kan de wrijvingsrichting in het bij dat poolpunt behorende paar oplegpunten bepaald worden. Trek vanuit de oplegpunten een lijn onder hoek α met de normaal ($\mu = \tan\alpha$), overeenkomend met de wrijvingsrichting in dat oplegpunt. Waar de wrijvingsgebieden elkaar overlappen is in figuur 157c gearceerd getekend.

Indien de positionerende kracht door zo'n gearceerd gebied zou lopen wil dat zeggen dat deze kracht reeds in evenwicht is met de twee oplegkrachten en de daarbij behorende wrijvings-

krachten; de situatie is dan zelfremmend en het contact op het derde punt komt niet tot stand.

6. Het gebied waardoorheen de positionerende kracht mag lopen is nu het gebied dat moet voldoen aan de voorwaarde onder 4. genoemd, maar de kracht mag tevens niet lopen door de drie hierboven vermelde vierhoeken. Er ontstaat een nieuwe en nauwere krachtentrichter waarbinnen de positionerende kracht moet blijven, zie figuur 157d.

7. Overweeg nu of de keuze van de oplegpunten logisch was en of het toepassen van een sluitkoppel naast of in plaats van de sluitkracht voordelen biedt: met enige oefening ziet men zeer snel eventuele betere oplossingen.

Met het nu verkregen inzicht kan men zich een globaal oordeel vormen over de geschikte plaatsen voor de drie overige steunpunten (tot nu toe gingen we immers uit van een situatie met slechts x, y, θ beweging in het vlak!).

"Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren" is een selectie uit de verzameling constructieprincipes die op initiatief van Prof. ir. W. v. d. Hoek in 1962 is opgezet en die nog steeds wordt uitgebreid. Door ir. P. C. J. N. Rosielle en E. A. G. Reker (TU-Eindhoven) is speciaal voor de lezers van *Mikroniek* een selectie gemaakt die in 18 afleveringen wordt gepresenteerd. Bijdragen van lezers als kritiek, suggesties of eigen ervaring worden door de auteurs op prijs gesteld.